



**UNIVERSIDAD SAN SEBASTIÁN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAGISTER EN GESTIÓN PARA LA EDUCACIÓN SUPERIOR
SEDE SANTIAGO**

**“PROPUESTA DE MEJORAMIENTO DEL PLAN DE ASIGNATURA
DE MATEMÁTICA TÉCNICA I, INCORPORANDO SOFTWARE
MATEMÁTICOS DE LICENCIAMIENTO GRATUITO, EN LA
ESCUELA DE OPERACIONES DE LA ACADEMIA POLITECNICA
NAVAL”**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN GESTIÓN PARA LA EDUCACIÓN
SUPERIOR**

Alumnos:

Gabriel Morales Ponce,
Daniel Narvárez Pavez

Profesor guía:

Jessica Bastías Rojel

Viña del Mar – Chile, 2019

© Daniel Alexis Narváez Pavez, Gabriel Morales Ponce

Se autoriza la reproducci3n parcial o total de esta obra, con fines académicos, por cualquier forma, medio o procedimiento, siempre y cuando se incluya la cita bibliográfica del documento.

Contenido	
RESUMEN	1
ABSTRACT	2
CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
1.1 Antecedentes del Problema	3
1.2 Formulación del Problema	6
1.3 Justificación e importancia de la investigación	9
1.4 Delimitaciones	10
1.5 Estado del Arte	12
1.6 Hipótesis y/o Pregunta de investigación.....	13
1.7 Objetivo general	13
1.8 Objetivos Específicos	13
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	14
2.1 Contexto.....	14
2.2 Brecha digital.....	15
2.3 Contexto Academia Politécnica Naval (APN)	16
2.4 Constructivismo.....	20
2.5 Historia y desarrollo del constructivismo.....	21
2.6 Ideas y Principios del constructivismo.	23
2.7 Implicaciones del constructivismo.....	24
2.8 Consideraciones constructivistas.....	25
2.9 Modelos de enseñanza – aprendizaje.....	27
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA.....	35
3.1 Enfoque de Investigación.	35
3.2 Paradigma de investigación.....	35
3.3 Alcance del estudio.....	36
3.4 Diseño de la investigación.....	37
3.5 Objeto de estudio	39
3.6 Trabajo de Campo y recolección de datos	40
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS	42
4.1 Introducción al análisis.....	42
4.2 Descripción de la asignatura	43
4.3 Rendimiento académico	44

4.4	Análisis por unidades de aprendizajes y rendimiento académico obtenido.....	46
4.5	Unidad de aprendizaje N° 1: Funciones Reales	46
4.6	Unidad de aprendizaje N° 2 Funciones Exponencial y Logarítmica.	51
4.7	Unidad de aprendizaje N° 3: Funciones Trigonómicas y Vectores.....	55
4.8	Unidad de aprendizaje N° 4: Números Complejos	58
4.9	Unidad de aprendizaje N° 5: Geometría Analítica.....	62
4.10	Selección del software matemático libre.....	65
4.11	Identificación de software libre disponible.....	65
4.12	Validación del software libre.....	65
4.13	Características de los otros softwares analizados	72
CAPÍTULO 5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....		124
5.1	Respecto al rendimiento académico.	124
5.2	Respecto al software matemático.	126
5.3	Proyecciones o implicancias del trabajo	128
5.4	Recomendaciones.....	129
Referencias		131

Índices de tablas

Tabla 1.	Reprobados por año académico.....	8
Tabla 2	Relación entre año académico y cohorte.....	40
Tabla 3	Correlación del programa de asignatura con las evaluaciones	41
Tabla 4	<i>Rendimiento Académico institucional</i>	42
Tabla 5	Cálculo de cantidad de horas de dedicación (SCT – Chile).....	44
Tabla 6	Relación entre año académico y cohorte.....	45
Tabla 7	Resumen datos obtenidos de la Nota 1 entre año 2013 al 2018	48
Tabla 8	Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 1 correspondiente a la primera unidad de aprendizaje	50
Tabla 9	Resumen datos obtenidos de la Nota 2 entre año 2013 al 2018	52
Tabla 10	Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 2 correspondiente a la segunda unidad de aprendizaje	54
Tabla 11	Resumen datos obtenidos de la Nota 3 entre año 2013 al 2018	56
Tabla 12	Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 3 correspondiente a la tercera unidad de aprendizaje	58
Tabla 13	Resumen datos obtenidos de la Nota 4 entre año 2013 al 2018	60
Tabla 14	Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 4 correspondiente a la cuarta unidad de aprendizaje	61
Tabla 15	Resumen datos obtenidos de la Nota 5 entre año 2013 al 2018	63

Tabla 16 <i>Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 5 correspondiente a la quinta unidad de aprendizaje</i>	64
Tabla 17 Matriz de evaluación de capacidades matemáticas del software, en relación a objetivos y competencias de la asignatura Matemática Técnica I.	68
Tabla 18 Matriz de criterios técnicos que debe cumplir para facilitar el uso del software matemático.	69
Tabla 19 Matriz de evaluación de criterios de interfaz y usabilidad del software matemático.....	69
Tabla 20. Puntaje de la Calidad Global del Software.	70
Tabla 21. <i>Porcentaje de la calidad global del software</i>	71
Tabla 22. Valores de resistencia en función de la temperatura.	96
Tabla 23 Criterios y Estándares para el Aseguramiento de la Calidad en la enseñanza	122
Tabla 24 Resultados obtenidos en las evaluaciones parciales totales de los años bajo análisis....	124

Índices de figuras

Figura 1: El desarrollo de las nuevas competencias a través de la web 2.0.....	16
Figura 2: Enfoques constructivistas en educación. (Coll, 1996, pág. 168)	21
Figura 3: Modelo TPACK. (Mishra & Koehler, 2008)	28
Figura 4. Modelo SARM. Dr. Rubén Puentedura.	30
Figura 5: Grafico Nota 1 por año primera unidad de aprendizaje	48
Figura 6: Grafico Nota 2 por año segunda unidad de aprendizaje	53
Figura 7: Grafico Nota 3 por año tercera unidad de aprendizaje	57
Figura 8: Gráfico Nota 4 por año cuarta unidad de aprendizaje	60
Figura 9: Gráfico Nota 5 por año quinta unidad de aprendizaje	63
Figura 10. Gráfica de la función $y=dx$, utilizando Wxmaxima.....	73
Figura 11. Gráfica de la función $f(x)$, utilizando Wxmaxima.....	74
Figura 12. Gráfica de la función $f(x)$, con Octave.....	75
Figura 13. Pequeño programa para animar la recta tangente a una curva, con Octave.	76
Figura 14. Frames de animación para la recta tangente a la parábola, con Octave.....	77
Figura 15. Gráfica de la función $f(x)$, con Gnuplot	78
Figura 16. Grafica de los puntos del archivo resistencia.dat, con Gnuplot.....	79
Figura 17. Ajuste de los datos y gráfico simultaneo de datos y curva de ajuste	80
Figura 18. Interfaz de Geogebra.	82
Figura 19. Interfaz Geogebra con deslizador "a"	83
Figura 20. Interfaz Geogebra con menú desplegable para analizar puntos especiales (intersección).	84
Figura 21. Visualización del ejercicio a) en Geogebra.....	87
Figura 22. Visualización ejercicio b) en Geogebra.	88
Figura 23. Gráfico de la función $f(x)$ a mano alzada.....	89
Figura 24. Gráfica de la función $f(x)$ con Geogebra, conteniendo los puntos especiales.	90
Figura 25. Deslizadores para los coeficientes A, B y C, asumen valores en el rango -5 a +5.....	90
Figura 26. Uso de deslizadores para los coeficientes A, B y C, de la función en estudio.	91
Figura 27. Transformación de la función $f(x)$ cuando el parámetro A toma el valor 0.	92
Figura 28. Variación del parámetro C (deslizador) e inexistencia de los interceptos con el eje X. ..	93

Figura 29. Tabla de valores a mano alzada, para la función $f(x)= x-3 $.	94
Figura 30. Dominio de la función $f(x)= x-3 $ y su correspondiente tabla de valores.	95
Figura 31. Ajuste de una tabla de datos, de un dispositivo eléctrico, a un modelo de regresión o ajuste.	97
Figura 32. Tabla a mano alzada de la función $\ln(2x-5)$.	99
Figura 33. Grafico a mano alzada de la función $\ln(2x-5)$.	99
Figura 34. Gráfica de la función $\ln(2x-5)$ en Geogebra	100
Figura 35. Tabla a mano alzada de la función $\log_3(3x+6)$	102
Figura 36. Gráfica a mano alzada de la función $\log_3(3x+6)$.	102
Figura 37. Grafica de la función $\log_3(3x+6)$, mediante Geogebra	103
Figura 38. Grafica de la función $\log_3 x + 3 + \log_3 x - 2 = \log_3(3x + 4)$.	105
Figura 39. Representación de los vectores u y v , a mano alzada.	107
Figura 40. Representación de dos vectores u y v , y su suma w .	108
Figura 41. Representación de dos vectores y su suma, indicando su magnitud y dirección en grados.	109
Figura 42. Cálculo del ángulo entre dos vectores.	110
Figura 43. Angulo entre dos vectores, utilizando Geogebra.	110
Figura 44. Calculo de la operatoria pedida y su gráfica en el plano complejo.	112
Figura 45. Representación fasorial de números complejos y ángulo entre ellos.	113
Figura 46. Ecuación que pasa por dos puntos, su pendiente e interceptos con los ejes coordenados	114
Figura 47. Ecuación de la línea recta que pasa por dos puntos A y B. indicándose la pendiente $a=1$ y los interceptos C y D, con los ejes.	115
Figura 48. Ecuación de la recta con pendiente m variable, e intercepto b con eje y variable.	116

Lista de Anexos

Anexo A. Nota 1 Año 2013 - 2018	134
Anexo B. Nota 2 Año 2013 - 2018	135
Anexo C. Nota 3 Año 2013 - 2018	136
Anexo D. Nota 4 Año 2013 - 2018	137
Anexo E. Nota 5 Año 2013 - 2018	138

RESUMEN

En los cursos regulares, técnicos de nivel superior, impartidos en la Academia Politécnica Naval de la Armada de Chile (APN), no se explicita el uso de recursos tecnológicos en el programa de la asignatura, los cuales, permiten el desarrollo de diversas habilidades como: calcular, modelar, proyectar, simular o crear entre otras, la integración de dichas herramientas enriquecen la práctica pedagógica y brindan más oportunidades de aprendizaje a los estudiantes. La implementación de este tipo de software permite el amansamiento de los conceptos fundamentales y la capacidad de análisis de fenómenos reales en ambientes virtuales, variando parámetros que muestren la evolución de tales fenómenos. En el mundo de las aplicaciones y software, tanto de pago como liberados, existe una gran variedad de recursos tecnológicos para el campo de las matemáticas, la física, la electrónica, entre otras áreas del conocimiento.

Este trabajo pretende aportar al desarrollo de habilidades del pensamiento superior de los alumnos y a toda la academia, dejando en evidencia las grandes dificultades que presentan los estudiantes que deben enfrentar en la asignatura de matemática técnica I, y que puede ser subsanada con el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) y en especial con el uso de software de licencia gratuita. Como conclusión fundamental se destaca el hecho de la alta aceptación del uso de software por parte de los alumnos, ya que ha permitido la comprensión conceptual de fenómenos reales a un costo muy bajo.

Palabras claves: Software libre, Simulación, Enseñanza – Aprendizaje, Innovación Educativa

ABSTRACT

Regular, technical courses of higher level, taught in the Academy Polytechnic Naval of the Armada de Chile (APN), not made explicit the use of technological resources in the program of the course, which allow the development of various skills such as: calculate, model, design, simulate or create among other things, the integration of these tools enrich the teaching practice and give students more learning opportunities. The implementation of this type of software allows the taming of the fundamental concepts and the capacity for analysis of real phenomena in virtual environments, varying parameters showing the evolution of such phenomena. In the world of software and applications, both payment as released, there is a wide variety of technological resources for the field of mathematics, physics, electronics, among other areas of knowledge.

This paper attempts to bring to the top of students thinking skills development and all the Academy, leaving in evidence the great difficulties that present students who they face in the course of mathematical technique I, and which may be remedied with the use of information technology and communication (ICT) and especially the use of license-free software. As a fundamental conclusion highlights the fact of the high acceptance of the use of software by students, since it has allowed the conceptual understanding of real phenomena at very low cost.

Keywords: Free Software, Simulation, Teaching-Learning, Educational Innovation

CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Antecedentes del Problema

El contexto de esta tesis se realiza en el programa de asignatura de Matemática Técnica I, perteneciente al currículum o proyecto educativo de la Academia Politécnica Naval, de ahora en adelante APN, que pertenece a la Armada de Chile y está ubicada en Viña del Mar, conformada principalmente por dos campus: Hyatt y Charles, integrados por diferentes escuelas de especialidades, a saber: Armamentos, Operaciones, Ingeniería Naval, Buceo, Infantería de Marina, Litoral y Faros, Abastecimiento, y Sanidad Naval, donde se forman especialistas técnicos de nivel superior y también ingenieros navales.

En esta academia los alumnos, obtienen títulos técnicos de nivel superior en los grados de gente de mar y títulos de ingeniero naval para oficiales en las diferentes especialidades tales como; electrónica, electricidad, mecánica, armamentos, abastecimiento, sanidad, meteorología entre otros.

Las diferentes escuelas de la APN están dotadas con personal uniformado en diferentes grados jerárquicos propias de las instituciones de este tipo, los cuales un pequeño grupo desempeña funciones académicas como instructor de algunas asignaturas militares o de carácter específico de cada especialidad, estos poseen como mínimo una especialidad técnica de nivel superior y cuentan con una capacitación pedagógica para profesionales no pedagogos impartida por la Dirección de Educación de la Armada (DEA), a su vez con profesionales de la educación de diferentes áreas tanto científicas como humanista y de otras profesiones como ingenieros, químicos y odontólogos, los cuales en gran parte poseen postgrado en sus especialidades o asociadas a la educación superior. Las clases se desarrollan en forma tradicional como primera instancia, es decir en aulas y laboratorios, como también en cortos periodos de operaciones a bordo de unidades a flote para algunas especialidades.

Con las nuevas tecnologías y su uso, las nuevas generaciones de estudiantes, y el actual enfoque en la calidad de la educación, en donde sitúa al alumno en el centro del proceso de enseñanza – aprendizaje, implica la búsqueda de nuevas metodologías de enseñanza en donde el alumno participará activamente en la construcción de su conocimiento, potenciando la iniciativa y el pensamiento crítico. Un cambio que centra los estudios en la competencia que debe poseer el recién egresado, potenciando el saber hacer del estudiante, la iniciativa y el aprendizaje autónomo.

Existen diversos modelos de enseñanza que contempla el uso de recursos digitales para potenciar el proceso de enseñanza – aprendizaje, en donde cada una de sus etapas son un mecanismo de evaluación y definición de acciones para mejorar y transitar al siguiente nivel de aprendizaje utilizando tecnología, podemos destacar los siguientes:

El modelo llamado SARM elaborado por Rubén D. Puentedura, donde se describen cuatro etapas, desde la inicial a la de mayor autonomía por los estudiantes desplegando una serie de habilidades utilizando tecnología, se inicia sustituyendo estrategias tradicionales de enseñanza por el uso de tecnología, por ejemplo en vez de presentar imágenes impresas se utiliza una pizarra interactiva o video en un proyector, las etapas por las cuáles transita un docente y sus estudiantes son; sustitución, aumento, modificación y redefinición. Cada etapa requiere que el docente seleccione recursos tecnológicos que permitan ir desarrollando los objetivos de aprendizajes de sus asignaturas, siempre buscando mayor protagonismo en los estudiantes y brindando oportunidades de lograr aprendizajes del nivel superior.

Así mismo el modelo TIM (Technology Integration Matrix) desarrollados por fondos ARPA (Advanced Research Projects Agency) con el fin de valorar la integración de las tecnologías en las escuelas o colegios de Norteamérica. Para conseguirlo, se parte de la necesidad de formular un desarrollo paralelo entre: aprendizaje de las tecnologías, su inclusión en el currículum, desarrollo profesional docente y el

aprendizaje de los estudiantes, valorando dos grandes dimensiones tales como la integración de las TIC en el currículum y características del entorno de aprendizaje.

Considerando modelos de enseñanza que incorporan las TIC y una buena selección de recursos en una primera fase de uso liberado, con la finalidad de proyectar una adquisición de habilidades que ya haya sido comprobada y evaluada, proporcionaremos importantes ventajas en el ámbito de la educación científica, con énfasis en los trabajos prácticos haciendo uso de simulaciones las cuales permitirán establecer una relación entre el mundo real, las teorías y los modelos. Por otro lado, permite la manipulación de modelos que facilita la adquisición de conocimientos conceptuales y procedimentales (Andoloro et al, 1991)

Para que lo anteriormente señalado pueda concretarse, es necesario la participación activa del profesor, así lo reconocen y señalan la necesidad de cambiar la manera de enseñar (transmisión de información), facilitando procedimientos que produzcan aprendizaje significativo (ChanLin et al, 2006)

Entonces, es necesario que los profesores estén preparados para integrar de forma efectiva la tecnología en el aula, así como también motivados para utilizarla. Esta habilidad docente, necesaria para formar profesionales de la actualidad y el futuro es parte de la gestión educativa, como también de la autoformación profesional.

Por ejemplo, los docentes que avalan el uso de simulaciones expresan que los estudiantes pueden realizar actividades que resultarían dificultosas de manera común, debido al tiempo empleado, costo, elementos peligrosos, o por seguridad (Hackworth, 2010). Este autor también indica que el uso de simulaciones desarrolla el pensamiento crítico en los estudiantes.

El programa de aprendizaje se ve robustecido con el uso de software que brindan la oportunidad de ejercitar habilidades tales como: proyectar, comprobar y simular, estas experiencias aumentan su transmisibilidad y motivación de los resultados de aprendizaje buscados (Rosenberg & Foshay, 2002). También señala que, el uso de simulaciones sumerge a los estudiantes en situaciones que le permiten probar lo

que saben, lo que pueden hacer y cómo debería hacerse, así como también reparar y corregir errores observados en la ejercitación.

Cuando un estudiante tiene la oportunidad de poner en práctica habilidades que con papel y lápiz no es posible experimentar y puede efectivamente observar como sus decisiones y razonamientos toman forma y se proyectan en el plano del software, dicha simulación fomentan el logro efectivo de competencias deseadas como la capacidad de tomar decisiones, un elemento muy importante del pensamiento y de la resolución de problemas (Cooper, 2010). No obstante, para que las simulaciones resulten exitosas en el área de ciencias, depende de la manera en que los docentes las incorporan en el currículo y como la utilizan (Sahin, 2006). De ahí recalcar e insistir, en la evaluación y selección de recursos digitales apropiados a los resultados de aprendizaje y asignatura de un programa.

Esta investigación se realizará en base al plan o programa de asignatura de Matemáticas Técnica I, con la finalidad de fortalecer dicho programa analizando software que pueden enriquecer el proceso de enseñanza – aprendizaje. En los cursos de la escuela de operaciones de primer año de la especialidad de electrónica, estos, están dotados de alumnos en el grado jerárquico de Grumetes de segundo año, los cuales presentan dificultades en la adquisición de los resultados de aprendizaje de la asignatura, esto se demostrará a través del análisis de los resultados académicos de años anteriores conformados desde 2 a 4 cursos desde el año 2013 al año 2018.

1.2 Formulación del Problema

La APN ha adoptado el modelo basado en competencias, implementándose progresiva y gradualmente en las diferentes escuelas, lo cual implicó la modificación de los perfiles de egreso, planes de estudio, programas de asignaturas y mallas curriculares, entre otros. Todo esto a través del proyecto MECESUP, que de una u otra forma conlleva y permite adoptar nuevas técnicas de enseñanza-aprendizaje,

en las cuales el protagonista es el alumno, otorgándole nuevas herramientas que lo hagan autónomo en la adquisición de conocimientos, que permitan mejorar su capacidad de análisis y fortalecer sus condiciones y habilidades cognitivas.

Una actual sociedad globalizada, con fuerte uso de tecnología y demanda en su uso y manejo de los profesionales actuales y futuros, hacen que las instituciones educativas revisen sus procesos, para satisfacer el requerimiento de una educación alineada a las necesidades de los estudiantes y profesionales del nuevo milenio (Bonilla, 2004). Como consecuencia, se necesita reestructurar los ambientes de aprendizaje y principalmente los estudiantes y profesores deben utilizar la tecnología como herramienta en el proceso enseñanza-aprendizaje Bonilla et al. (Bonilla, 2004), (McNelly, 2005), (Hackworth, 2010), (Petras, 2010).

En la enseñanza de las ciencias, la tecnología ha tenido una influencia especial y profunda (Hackworth, 2010). Para este autor, los profesores de ciencias se enfrentan a una generación inmersa en la tecnología, a la cual tienen que educar.

Es prioritario que los estudiantes posean los conocimientos en tecnología que les permitan enfrentar y solucionar con éxito los retos de la sociedad en la cual se desempeñan (DEPR, 2003b). Así como posibilitarles no solo la adquisición de nuevos conocimientos, sino la creación del mismo, tomando un enfoque claro en la construcción de sus propio aprendizaje, el constructivismo no solo empodera al sujeto de su aprendizaje sin no que también permite y propicia el aprendizaje colaborativo, por lo tanto el uso de recursos tecnológicos integrado y sumado a otras metodologías promueve el empoderamiento, transferencia y el trabajo colaborativos de equipos, habilidades anheladas para hoy y el siglo XXI y también en nuestro Proyecto Educativo.

En la academia se están orientando los esfuerzos con un enfoque en los procesos y mejora continua, relacionados a los resultados académicos de los alumnos, es decir, en las evaluaciones parciales con el fin de mejorar la calidad de educación que se imparte en el aula, para hacer más efectivo esta situación o con el propósito de mejorar la calidad de los resultados académicos de los alumnos, se realizan a

los menos una vez al mes consejo académico, y se revisan las calificaciones obtenidas por los alumnos, donde participan los jefes de estudio equivalente a un jefe de carrera de cada escuela y personal uniformado de la jefatura del área académica, con el propósito de recuperar o minimizar los efectos de las posibles malas calificaciones que los alumnos hayan obtenido, y aplicando técnicas suplementarias para mejorar los próximos resultados y disminuir la tasa de reprobación de las asignaturas.

Tabla 1. Reprobados por año académico

<i>AÑO ACADÉMICO</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total alumnos
<i>REPROBADOS</i>	2	1	10	7	6	8	34
<i>RETIRO</i>	1	1	3	0	3	2	10

Elaboración propia

En la tabla 1, se indica la cantidad de alumnos de los cursos de la especialidad mecánico electrónico que perdieron el año académico reprobando la asignatura de matemática técnica I, de los cuales un gran porcentaje salió a retiro de la institución por otras expectativas tanto laborales como educacionales o simplemente no siguieron en la carrera naval, principalmente debido a la toma de medidas disciplinarias entre las cuales se pueden mencionar el cambio de especialidad a menor complejidad, o bien, la espera del próximo inicio académico para su reintegración a las aulas. Los resultados de bajo rendimiento académico pueden ser producto de muchos factores, tales como falta de habilidades, falta de estudio, la falta de técnicas o herramientas mínimas para un buen estudio, la integración de conceptos matemáticos prácticos en el aula para el mejor entendimiento y por consiguiente mejorar el rendimiento.

En consecuencia, la presente investigación aborda no solo la necesidad que el alumno adquiera nuevos conocimientos, sino la calidad de construcción del mismo,

buscando metodologías más eficaces, recogiendo las necesidades y proyecciones de la sociedad actual se analizan software con licenciamiento gratuito, que no requiera de muchos recursos informáticos o complementos, identificando las mejores expectativas de uso de los recursos con la finalidad de apoyar los esfuerzos de la institución y el enfoque educacional de aprendizaje significativo.

1.3 Justificación e importancia de la investigación

La Academia Politécnica Naval ha adoptado el currículo basado en competencia, con lo cual se hace necesario actualización, enriquecimiento o modificación de los métodos de enseñanza, de los contenidos programáticos, de los planes de estudio, entre otros. El año 2015 se da inicio al cambio en la estructura curricular y pedagógica de la institución incorporando las competencias en el aula a través del proyecto MECESUP PMI FPN-1501, lo cual permitió a los profesores de las distintas asignaturas participar en las actualizaciones y modificaciones en los diferentes programas de asignatura. Todas estas modificaciones se están implementado actualmente en las especialidades que imparten las escuelas de la academia.

Los resultados actuales de matemáticas de la academia, medidos periódicamente por la unidad de aseguramiento de la calidad (UAC) y a requerimiento de la área directiva, evidencian una debilidad en los aprendizajes de los alumnos con las técnicas pedagógicas tradicionales reproductivas que se aplican actualmente por los profesores en las aulas de la APN, lo cual afecta considerablemente en este aprendizaje y va en desmedro de los diferentes perfiles de egresos, y un impacto en la organización considerando los tiempos de egreso para el empleo de los futuros especialistas en las diferentes reparticiones navales. Los resultados de esta asignatura en un periodo inicial del proceso de especialización complican a los alumnos y responsables académicos militares.

Además de los contenidos netamente abstractos y complejos propios de cada una de estas asignaturas, en la que prevalece la repetición ante una previa instrucción

enfocado un aprendizaje reproductivo, se asume que otro de los índices que implica en estos resultados se debe a las metodologías aplicada en el aula por los profesores de las asignaturas, explicando con estos los altos índices de reprobación.

El foco principal de esta investigación es el proceso enseñanza – aprendizaje, el cual es abordado con el uso de software matemático y cálculo numérico, de licencia gratuita. Esto permite al estudiante acercarse de manera segura, sin miedo a cometer errores, a problemas reales, que pueden resultar difíciles de estudiar por la influencia de la variable tiempo, costo, entre otros.

Este trabajo analizará los distintos tipos de software de distribución libre de carácter técnico-científico, para la asignatura de matemática, la cual ha sido desarrollada para facilitar el aprendizaje autónomo del alumno.

Esta investigación permitirá dar información sobre el rol de las simulaciones en el proceso enseñanza-aprendizaje y los cambios que ocurren en su aplicación, donde el alumno debe conseguir un aprendizaje significativo al enfrentar la complejidad del uso de la herramienta tecnológica (software), como la aplicación directa de la práctica, netamente con la perspectiva constructorista¹. Se hace necesario también reconocer las limitantes con las cuales nos podemos enfrentar en el uso de las aplicaciones, lo que nos puede llevar a la utilización de las prácticas tradicionales, en este tipo de asignatura.

1.4 Delimitaciones

La investigación abordará el uso de software de licencia gratuita para matemática y cálculo numérico en la asignatura de Matemática Técnica I, de la Escuela de Operaciones, dependiente de la Facultad de Sistemas Navales, donde los alumnos

¹ Constructorismo, teoría efectiva que fundamenta el uso de las tecnologías digitales en educación, convirtiendo al computador como una herramienta de aprendizaje. (Badilla & Chacón, 2004)

grumetes deben tratar los contenidos de acuerdo con los planes de asignaturas, conceptos de matemáticas que requiere comprensión y ejercitación de funciones reales, logarítmicas y exponenciales, operatoria con vectores, propiedades trigonométricas, números complejos y geometría analítica, lo cual contribuye al desarrollo de la competencia de integrar los conceptos de funciones reales, propiedades de números complejos y geometría analítica en la resolución de ejercicios y problemas de planteo, propios de las diferentes disciplinas en las áreas de Operaciones.

El trabajo de investigación se lleva a cabo sobre la información que se puede extraer desde la base de datos que cuenta la APN llamado S.I.G.A.², donde se registra toda la información académica de registro de notas, asistencia y faltas a la disciplina, entre otros. Además, con los planes de asignatura actualizados, aprobados y autorizados de la asignatura de matemática técnica I, que se analizan de acuerdo con los objetivos de esta investigación.

Se consideran las actividades tanto académicas y militares, que los alumnos grumetes son sometidos, junto con la carga académica de otras asignaturas que deben cumplir y no interrumpir aquellas de carácter obligatorias, también el uso de computadores tanto personales como fiscales, también Tablet si los alumnos dispusiesen de este elemento, ya que la institución no posee dentro de sus inventarios para utilización académica de los alumnos, sin exigir la adquisición de estos dispositivos para no afectar al estudiante económicamente debido a que no percibe sueldo por su condición de internado.

Actualmente la academia que es una institución de educación superior reconocida por la Ley Orgánica Constitucional de Educación N° 18.962 en su artículo 72, ratificada en dicha condición por la Ley General de Educación N° 20.370 en su artículo 70, tiene una conexión inalámbrica y alámbrica a internet tanto institucional como libre, que funcionan en forma paralela y filtrada a través de las tarjetas de red

² Sistema de Informaciones y Gestión Académica, software desarrollado para la Armada de Chile.

de cada dispositivo, tratándose de una institución militar y de acuerdo con las normativas institucionales de seguridad de la información.

1.5 Estado del Arte

Se ha demostrado que el uso de técnicas de simulación a nivel universitario, han dado muy buenos resultados. Los niveles de aprendizaje basados en simulación han alcanzado mejoras sustanciales en contraste con los métodos tradicionales de aprendizaje en la sala de clases (Vasquez-Mata & Guillamet-Lloveras, 2009). Simular y llevar a la práctica diversas habilidades del nivel superior por medio del uso de recursos tecnológicos, es un instrumento didáctico innovador en la docencia, ya que le da al profesor la libertad de plantear nuevas estrategias metodológicas, con una mirada que va más allá de la típica clase magistral (Kilgour & et al, 2015).

Esta forma de aprender le proporciona al estudiante el experimentar de manera directa con el problema, desarrolla destrezas, adquiere habilidades técnicas, desarrolla competencias académicas y profesionales, lo que le permite participar de manera activa en su aprendizaje (Romero & Casado, 2011)

Entonces, hoy existe una obligación de los docentes de recurrir a herramientas informáticas para mejorar la calidad de sus clases y entrar en la vanguardia de las nuevas tecnologías (Martín & de Arriba, J. M., 2017). Dicha obligación es diaria, funcional y de proyección, las tecnologías han llegado a nuestra vida diaria y es una herramienta potente para el aprendizaje y otras necesidades actuales del ser humano.

Haciendo una diferencia entre el **construccionismo**, una teoría efectiva que fundamenta el uso de las tecnologías digitales en educación, convirtiendo al computador como una herramienta de aprendizaje (Badilla & Chacón, 2004) comprometiendo a los alumnos en la construcción de su propio conocimiento y **constructivismo**, en donde el alumno construye el conocimiento, es decir,

construyen un solo sistema de creencias, a partir de su interacción con el mundo (Falbel, 1993)

1.6 Hipótesis y/o Pregunta de investigación

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto y la problemática presentada, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

¿Cuáles son los aportes que pueden realizar al proceso de enseñanza aprendizaje el uso de recursos tecnológicos, en la asignatura de Matemática Técnica I, de la Escuela de Operaciones³?

1.7 Objetivo general

Mejorar el programa de asignatura, Matemática Técnica I de la ESOPER, a través de la sugerencia y posterior incorporación de diversos software matemáticos de licencia gratuita.

1.8 Objetivos Específicos

- 1 Analizar las habilidades que promueven la asignatura de matemática técnica I, en la ESOPER de la Academia Politécnica Naval, Armada de Chile.
- 2 Describir las habilidades, contenidos o actitudes que se pueden enriquecer con el uso softwares matemáticos de licencia gratuita en la asignatura de matemática técnica I, en la ESOPER de la Academia Politécnica Naval, Armada de Chile.
- 3 Seleccionar los softwares matemáticos de licencia gratuita que generan un aporte en la implementación de los programas en la asignatura de matemática técnica I, en la ESOPER de la Academia Politécnica Naval, Armada de Chile.

³ Escuela de Operaciones (ESOPER)

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1 Contexto

La actualidad global de la educación, enfocado en los avances tecnológicos-pedagógicos y así como la actualidad nacional educativa, en la cual emerge El Marco Nacional de Cualificaciones para la Educación Superior, que fue desarrollado por la División de Educación Superior del Ministerio de Educación. Un Marco de Cualificaciones, es un instrumento que permite el reconocimiento, desarrollo y clasificación de los conocimientos, habilidades y competencias de las personas a lo largo de un continuo de niveles, lo que se traduce en el desarrollo de un conjunto de resultados de aprendizaje generales o cualificaciones, es decir, afirmaciones de lo que la persona debe saber o hacer al analizar un ciclo formativo, sin importar si fueron aprendidos en contextos formales, informales o no formales (OECD, 2004). En este contexto, el Marco de Cualificaciones, al ser herramienta ordenadora de los sistemas formativos, suele ser mandatario para todas las instituciones de educación superior del país y estar estrechamente ligados a los mecanismos de aseguramiento de la calidad, los que evalúan su implementación. Por otra parte, recursos o equipos tecnológicos considerados herramientas de la información, tales como: computadores, Tablet, Smartphone, Internet, bases de datos, plataformas de enseñanza virtuales, etc. brindan la oportunidad de crear procesos alternativos y creativos de aprendizaje, donde el profesor adquiere un rol mediador y los estudiantes juegan un papel más activo. La distancia física pierde, poco a poco, su hegemonía en un sistema en el que la adquisición del conocimiento se adquiere en lugares y momentos sincrónicos o asincrónicos. El uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), en las universidades del mundo, ha sido uno de los elementos que ha jugado un papel más determinante en la mejora de la calidad de estas instituciones, en su proceso de adaptación a nuevas formas de hacer y de pensar, iniciado ya a partir de los años 80 en los distintos sectores de la sociedad.

2.2 Brecha digital

En Latinoamérica la brecha digital es todavía grande, se han hecho importantes avances, pero solo podemos hablar de un 30,5 % de población con acceso a las TIC. Y dentro del mismo continente las diferencias son abismales. Frente a países como Colombia o Argentina donde el 22 % de la población cuenta con acceso a Internet en el hogar, aún hay países de Centroamérica que no sobrepasan el 4 %. (Esteve, 2009)

A diferencia de lo que pasa hoy en otras sociedades, tal como es en el Espacio Europeo de Educación Superior, de ahora en adelante EEES, las TIC juegan un papel importante y decisivo en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las universidades, enfocándose en la forma de generar y transmitir conocimiento y a la formación continua, donde se ha evidenciado la valoración que le dan los docentes de las universidades españolas a las ventajas en el uso de las TIC (Ferro & et al, 2009). En el EEES, se sitúa al estudiante en el centro del proceso de enseñanza – aprendizaje, con este cambio de paradigma educativo viene muy ligado el cambio metodológico que potencie el papel activo del estudiante, esto lleva a las instituciones europeas de educación a la transformación de los objetivos que les permita movilidad y que genere competencias basadas en conocimientos. De esta forma nos podemos dar cuenta que el cambio esta globalizado y no tan solo ocurre en nuestro país o nuestra institución, siendo necesario aplicar nuevas herramientas o nuevos recursos. Si analizamos, por ejemplo, el ranking de las cien herramientas tecnológicas sociales o utilitarias no siendo específicas para una asignatura, más utilizadas para el aprendizaje, podemos observar como la mayoría de estas son tecnologías 2.0 o colaborativas: YouTube, Powerpoint, Google Search, Twitter, LinkedIn, Google Docs & Drive, Word, WordPress, Slack, Zoom, entre otras (c4lpt, 2018). Estas herramientas generan desarrollo de habilidades y actitudes de un tipo de alfabetización tecnológica crítica, colaborativa y creativa, como lo propone (Bruns & Humphreys, 2005).

En la figura 1 podemos evidenciar la relación entre el nuevo sistema tecnológico y el desarrollo de las nuevas competencias que enmarca un nuevo paradigma educativo, tendencia de la nueva educación (Esteve, 2009).



*Figura 1: El desarrollo de las nuevas competencias a través de la web 2.0
Fuente: Bolonia y las TIC: de la docencia 1.0 al aprendizaje 2.0 (Esteve, 2009)*

2.3 Contexto Academia Politécnica Naval (APN)

En forma generalizada, la flexibilización de las instituciones de educación superior para adaptarse a las necesidades de la sociedad actual, pasa por la explotación de las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de formación. Lograr que esos procesos sean de calidad implica cambios en la concepción de los alumnos – usuarios, cambios en los profesores y cambios administrativos en relación con el diseño y distribución de la enseñanza y con los sistemas de comunicación que la institución establece. Todo ello implica cambios metodológicos, incluir recursos tecnológicos, entornos virtuales de enseñanza-

aprendizaje, incluso redes sociales para crear aprendizaje móvil, todo señala y moviliza a la necesidad de flexibilizar los modelos de enseñanza actuales.

El programa de asignatura de Matemática Técnica I en la APN, no contempla el uso de herramientas TIC en la formación de los estudiantes. En un investigación reciente efectuada en la APN, se evidencio las dimensiones que miden el grado real de uso de las TIC para actividades académicas, así como las metodologías didácticas mayormente utilizadas por 82 docentes de la APN, donde se obtuvo como resultado que los profesores presentan un perfil de competencias digitales en el nivel inicial, como lo señala (Del Petre & Cruz Alvarado, 2018). Esto evidencia una alta necesidad de mejorar en las habilidades TIC de los docentes, para un uso pedagógico.

La motivación del docente y su actitud positiva hacia la innovación pedagógica con las TIC, aumentarán a medida que perfeccione su formación instrumental y didáctica (Marqués, 2001), a su vez que las va incorporando en su trabajo cotidiano.

El trabajo cotidiano de maestros debe buscar promover en sus estudiantes el desarrollo del pensamiento analítico, creativo y crítico, niveles del pensamiento superior. Es en lo cotidiano de los procesos de enseñanza, en el compromiso que asuman docentes y estudiantes, en la formación que se promueva en el aula, entendiéndose aula como diferentes contextos de aprendizaje, es ahí donde la institución educativa puede transformarse; ya que es en aula de clase donde se articula la educación, como lo explica (de Camilloni & et al, 1998) otorgando sentido a la enseñanza. El lograr incorporar las TIC en el trabajo cotidiano de los docentes, conlleva a un cambio de paradigma entre el educar y el enseñar, como lo expresa: “Educar no es conducir, llevar, sino formar, desarrollar. Enseñar no es mostrar, sino estimular, promover, provocar, seducir. Aprender no es adquirir información, sino construir objetos de conocimiento con herramientas del propio pensamiento” (Maíllo, 2001). El objetivo primordial de la enseñanza no es la eficiencia ligada al logro de contenidos, sino el desarrollo de las habilidades del pensamiento, la observación, la comprensión, el análisis, la síntesis creadora, la solución de

problemas y la habilidad de transferencia metodológica. Con base en esto, en las diferentes áreas del conocimiento a los estudiantes se les debe formar con las suficientes habilidades para resolver los problemas que se les presentan, criterio para la toma de decisiones. Sin embargo, muchas veces las estrategias de enseñanza no se adecuan a desarrollar estas habilidades, destrezas y criterios, o están limitadas en su efectividad, y es justo ahí, en donde podemos complementar dicho proceso a través de la complementariedad e integración de las TIC. Al respecto, la finalidad de la institución educativa no es sólo “transmitir” una serie de conocimientos sino formar personas que sepan cómo resolver una serie de problemas en la sociedad actual, y esto es lo que busca la didáctica, por una parte, suplir las necesidades de los estudiantes y, por otra, indicar el camino que el docente debe seguir para lograr el proceso de formación del educando.

En este contexto y dando como ejemplo las asignaturas de ciencias aplicadas haciendo uso de las TIC y definiéndolas como sistemas de recursos didácticos, basado en la utilización de tecnología informática, provocan cambios de diferente naturaleza. Estas mismas ofrecen ventajas considerables para la educación científica, en particular los trabajos prácticos simulando objetos, eventos y fenómenos del mundo real y las teorías y modelos que se generan para su interpretación. Estos permiten esquematizaciones cercanas pero diferentes: el mundo de las teorías y modelos con el mundo de los objetos y eventos; el espacio de los modelos y el campo empírico de referencia (Martinand, 1992).

De cierta forma, esto constituye un intermediario, que puede facilitar el conocimiento entre la relación de la realidad con las teorías o modelos Barberá y Sanjosé (1990). Por otra parte, se convierte en un instrumento para las actividades de manipulación de modelos que facilitarán conocimientos conceptuales y procedimentales (Andoloro et al, 1991). En uso de programas digitales permiten integrar habilidades que simulan un efecto, permite visualizar sus consecuencias y realizar un análisis sobre un fenómeno matemático, mecánico o físico, al realizar procedimientos numéricos, esquemáticos y gráficos. Junto con esto, todo sistema de simulación o ejecución controlada ya sea mediante una teoría para estudiar las propiedades de

un sistema, o mediante un modelo para analizar una situación, permiten descubrir errores o aciertos, permiten crear y generar resultados. Los diferentes enfoques constructivistas pueden diferir en las posiciones sobre el origen y construcción del conocimiento, las teorías psicológicas, la epistemología de las ciencias, entre otros. Sin embargo, la mayoría de expertos coinciden en que la educación debe estar dirigida a ayudar a los estudiantes a mejorar la forma del como aprender, de forma que se promueva la capacidad de gestionar sus propios aprendizajes, adoptar una autonomía académica y disponer de herramientas que les permitan un aprendizaje continuo a lo largo de su carrera profesional y en especial en su vida.

En las ciencias se asume para el caso de la enseñanza y aprendizaje que lo esencial es proporcionar a los alumnos conocimientos para propiciar situaciones de aprendizaje en las que sean capaces de interpretar y comparar, pero principalmente lograr influir en ellos y motivarlos en cambiar ciertas actitudes.

Como herramienta primordial, no así esencial, las aplicaciones informáticas son un recurso digital más a disposición de los docentes permitiendo la reflexión sobre experiencias, y que simulan pruebas experimentales que no podrán realizarse de otro modo, por su peligrosidad, su alto costo, la falta del equipamiento adecuado, etc. En este nuevo proceso de enseñanza-aprendizaje, la variedad de recursos didácticos permite varios caminos para acercarse a un concepto ya sea físico, matemático, mecánico, o eléctrico determinado, lo cual inspira al alumno y al maestro en sus quehaceres.

En la APN se fortalece cada vez más el uso de software en especialidades de electricidad como electrónica, aplicaciones en corriente continua y corriente alterna, donde los alumnos y profesores utilizan el laboratorio de computación que tiene instalado software Multisim (licenciado) o el laboratorio de CBT⁴ (Computing Based Training) donde se realizan actividades con TCI (tarjeta de circuito impreso) y una guía a través del computador local, el cual permite realizar mediciones y seguimientos de señal en diferentes actividades tales como digitales,

⁴ Entrenamiento basado en computador (CBT).

amplificadores, etc. Dichas oportunidades y riquezas en el aprendizaje deben y pueden ser transferidas a otras asignaturas, que fortalezca aprendizajes y también enriquezcan otros procesos como la evaluación y participación.

2.4 Constructivismo

Este nace como una corriente epistemológica preocupada de los problemas de la formación del conocimiento humano. Según Delval, se encuentran elementos del constructivismo en el pensamiento de autores como Vico, Kant, Marx o Darwin. En estos autores, existe la convicción de que los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre sí mismos, lo que les ha permitido anticipar, explicar y controlar propositivamente la naturaleza, y construir la cultura. Algunos autores se centran en el estudio del funcionamiento y el contenido de la mente de los individuos (constructivismo psicogenético de Piaget), para otros el interés está en el desarrollo de dominios de origen social (constructivismo social de Vigotsky y escuela sociocultural o sociohistórica). Así también, ambos aspectos son inseparables y perfectamente compatibles. En este contexto se puede identificar un constructivismo radical, planteado por autores como Von Glaserfeld o Maturana, quienes postulan que la construcción del conocimiento es enteramente subjetiva, por lo que no es posible formar representaciones objetivas ni verdaderas de la realidad, sólo existen formas viables o efectivas de actuar sobre la misma.

De acuerdo con la afirmación de César Coll, (figura 2) que la postura constructivista en la educación se alimenta de las aportaciones de diversas corrientes psicológicas asociadas a la psicología cognitiva: el enfoque psicogenético piagetiano, la teoría de los esquemas cognitivos, la teoría ausubeliana de la asimilación y el aprendizaje significativo, la psicología sociocultural Vigotskiana, así como algunas teorías instruccionales, entre otras.

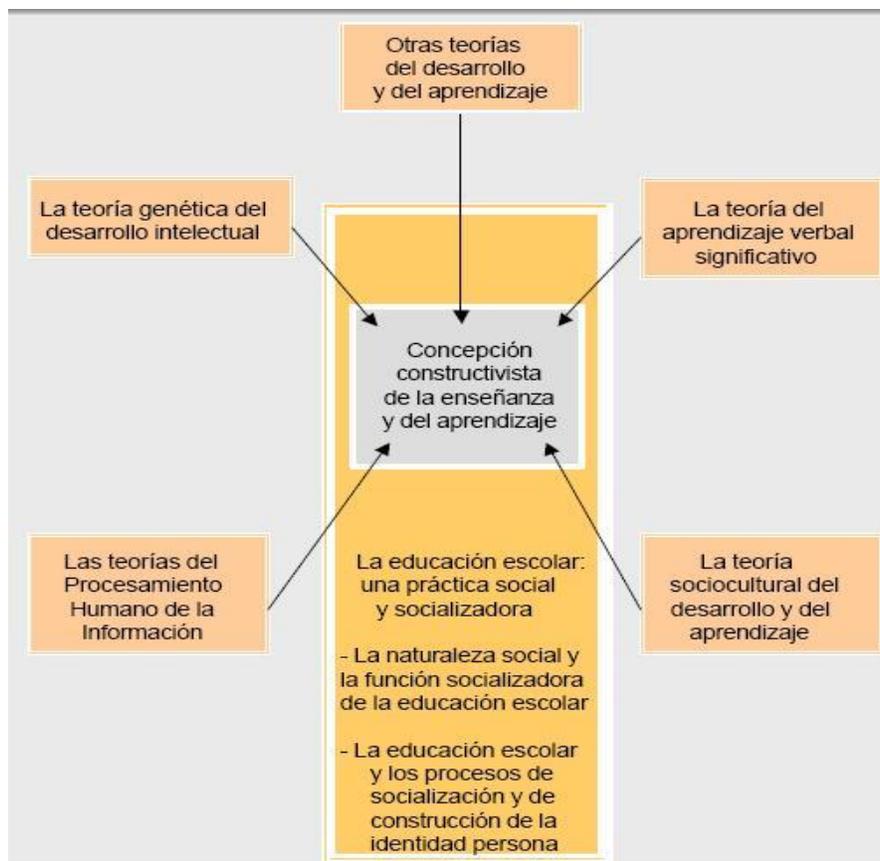


Figura 2: Enfoques constructivistas en educación. (Coll, 1996, pág. 168)

2.5 Historia y desarrollo del constructivismo

Existen investigaciones que indican que el constructivismo tuvo sus inicios en la antigua Grecia, donde los discípulos de Sócrates eran enseñados a través de cuestionamientos o diálogos utilizando el Método de los Casos, y eran evaluados a través de la demostración y aplicación de sus conocimientos directamente en la vida real.

Con la llegada de los españoles a América desapareció la filosofía que indica (Antúnez, 2003) y hace referencia a los trabajos del Dr. Santiago Antúnez de Mayolo en Perú, quien dice que la ley inca disponía que todas las personas debieran aprender lo que desconocían y de esta manera todos se veían obligados a construir su conocimiento, y se implantó una metodología similar a la conductista o de instrucción.

Durante la época moderna, exactamente en el siglo XVIII, a través de los trabajos de Giambattista Vico (Antúnez, 2003), quien insistía en que el aprendizaje de las personas solo es posible si ellas son las que lo construyen. Sin embargo, corresponden a Jean Piaget y John Dewey, las ideas relacionadas con la aplicación del constructivismo en el salón de clases. En 1916 Dewey manifiesta que la educación depende de la acción: solo de las experiencias que tienen significado e importancia para los alumnos emergen el conocimiento y las ideas.

La interacción social, para que los alumnos puedan construir en comunidad es muy importante, de ahí la necesidad de un salón de clases como punto de encuentro. Los aprendizajes logrados en una determinada situación permiten al alumno enfrentar futuras situaciones.

Para Dewey, la mente es acción y los estudiantes requieren de interacción con el entorno para pensar. Los proyectos adecuados a los intereses de los alumnos, deben contar con preguntas y problemas que impliquen una considerable cantidad de tiempo para el alumno (Antúnez, 2003).

Con su tesis constructivista en 1973, Piaget fue a quien se le considera la propuesta más completa, y sustentada en el principio de “ajuste de la ayuda pedagógica”, permitiendo con esto las bases del constructivismo actual. Este principio menciona que la ayuda pedagógica depende de las características de la interacción entre el alumno y el contenido de aprendizaje (Pérez, 2004). Para Vigotsky, el aprendizaje en la teoría constructivista está en función de la comunicación y el desarrollo, mediante los modos verbales y las acciones físicas. El constructivismo social de Vigotsky enfatiza el rol del individuo como constructor permanente de su entorno, actividades e interacciones sociales (Guzmán, 2008). Pérez (2004), menciona dos aspectos claves que caracterizan al constructivismo social de Vigotsky: la construcción activa del conocimiento, principalmente de conceptos e hipótesis, sobre la base de experiencias y conocimientos previos y el papel que juegan la experiencia y la interacción con el mundo físico y el mundo social. En el

constructivismo social de Vigotsky, el factor social es primordial para promover la construcción y apropiación del conocimiento.

2.6 Ideas y Principios del constructivismo.

Muchas de las reformas educativas que se plantean a nivel mundial giran alrededor del constructivismo. La epistemología constructivista afirma que los órganos de los sentidos son las únicas herramientas que tenemos para llegar al conocimiento, ya que nos permiten interactuar con el entorno. Las ideas de los educadores no pueden ser transferidas en forma directa y completa de sus cabezas a las de sus estudiantes, ya que el conocimiento reside en el individuo. Lo que los estudiantes cuentan como experiencias o conocimientos previos es lo que les permite entender lo que les enseñan.

Para el constructivismo, los estudiantes de la ciencia tienen la opción de analizar, reflexionar, investigar el conjunto de conocimientos más ampliamente y finalmente generar sus propios conceptos, sin conformarse con los conocimientos ofrecidos por el profesor como si se tratasen de verdades absolutas (Serrano & Pons, 2011).

La información puede hallarse en libros u otras fuentes, pero lo más importante es comprenderla que de acuerdo a los postulados constructivistas, los demás nos pueden dar información, pero no conocimiento. La proposición principal de la teoría constructivista afirma que “el aprendizaje significa construcción, creación, invención y desarrollo de nuestro propio conocimiento” (Antúnez, 2003, pág. 32)

El constructivismo afirma que los estudiantes traen a las salas de clases conocimientos o ideas que deben ser ajustados, modificados o alterados completamente. El profesor tiene la tarea de facilitar este ajuste cognitivo a través del planteamiento de preguntas y tareas que generen inquietud en los alumnos. En el constructivismo, el conocimiento es visto como algo relativo y fiable, pues depende de las características del alumno y de sus experiencias e ideas previas.

El conocimiento creado por una persona influenciada por el entorno, cambiando el individuo y el entorno como resultado del proceso de aprendizaje a esto se le llama, cognición situada. El entorno se convierte en el medio social que posibilita las interacciones entre los estudiantes y el aprendizaje, el cual afecta a su vez al medio social. El uso del lenguaje, en un contexto social, permite la construcción social del conocimiento (Antúnez, 2003). Según el constructivismo el aprendiz es el encargado de elaborar su saber mediante acciones que realiza sobre la realidad (Castillo, 2008).

De los principios fundamentales propios del constructivismo, Castillo (2008) hace referencia a:

- El conocimiento no es recibido de forma pasiva por parte del alumno para incorporarlo, sino que es activamente construido.
- Sólo el sujeto que conoce construye su aprender.
- La organización del mundo experiencial permite la función adaptativa de la cognición.
- Una construcción mental interna interpretativa del que aprende permite la existencia de la realidad.
- Aprender es construir y reconstruir esquemas o modelos mentales.
- El aprendizaje es un proceso individual y colectivo de diseño y construcción-reconstrucción de esquemas mentales existentes y que son el resultado de procesos de reflexión e interpretación. De esta manera, el aprendiz aprenderá sobre la base de sus experiencias y contextos, y su rol será activo durante el proceso de aprendizaje.

2.7 Implicaciones del constructivismo

Cuando es planteada una educación constructivista, se han de esperar condiciones de todos los participantes así como de las actividades aprendizajes y de evaluación.

Si nos referimos al elemento fundamental de esta educación, se espera que este estudiante participe, que no sea pasivo es decir involucrado, responsable de su aprendizaje, colaborador con los trabajos, elaborando sus propias ideas así como también reflejar las de sus compañeros, en general hacerse cargo de sus conocimientos adquiridos y por adquirir. Esto se complementaría con la incorporación de TIC en conjunto con otras metodologías de enseñanza – aprendizaje, tales como: modelo SAMR o el modelo TPACK.

En cambio el educador con un enfoque constructivista tiene un rol más complejo que el tradicional y requiere de mayor preparación académica, ya que es un facilitador, coordinador o guía y también se encuentra en proceso de aprendizaje, debe ser flexible para apoyar o asistir a sus alumnos de forma individual o a todo el grupo. El profesor es un miembro más del grupo que está aprendiendo de nuevas formas de realizar las tareas, de hacer las cosas o de resolver problemas. El profesor constructivista motivadora a través de situaciones para que los estudiantes realicen sus propias construcciones mentales permitiendo forjar aprendizaje continuo, este deberá diseñar situaciones generadoras de problemas que permitan organizar grupos de trabajo para documentar, constitucionalizando el conocimiento, facilitando, modelando y orientando a los alumnos a la actualización, responsabilidad, investigación y más, en un ambiente de trabajo armónico, motivado, y objetivo para dominar la asignatura (Antúnez, 2003). En general el constructivismo exige una mayor entrega a la profesión docente, una gran aceptación y respeto por la opinión del otro, y estructurar los conocimientos que integran tanto la versión de los estudiantes como la del docente, renunciando a ser controlador y a sentirse el representante académico que todo lo explica en las situaciones académicas.

2.8 Consideraciones constructivistas.

En el constructivismo se deben considerar todos aquellos aspectos que guardan relevancia con el aprendizaje y el conocimiento, es decir, así como se habla del

alumno y el profesor, debiésemos también hablar con respecto al salón de clases, a las evaluaciones y la forma en cómo se evalúa. Por tanto, la evaluación no se trata de una evaluación de la enseñanza o del aprendizaje, sino de los procesos seguidos, en donde esta debe ser continua y los instrumentos para ello deben ser variados, y valorar capacidades cognitivas, motrices, afectivas, relación interpersonal, y de inserción social (Pérez, 2004). Al momento de evaluar uno de los mecanismos ideales para la evaluación debería ser la autoevaluación, ya que se busca que los estudiantes que aprendan a aprender y deben ser por tanto capaces de darse cuenta si lo están haciendo. Además existen distintas técnicas que se pueden considerar, tales como; resolución de problemas, ejercicios en clase, interés mostrado, exposición de temas, asistencia, proyectos de investigación, trabajo en equipo, participación individual y pruebas objetivas. Una de las técnicas más empleadas para el aprendizaje constructivista se denomina Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) que consiste básicamente en el planteamiento de un problema por parte del profesor a los alumnos, donde estos intentan resolver el problema contando con sus conocimientos previos, pero no siempre lo consiguen, aquí la intervención del profesor permite orientarlos y así ellos identifican los vacíos en sus conocimientos previos e inician la búsqueda de la teoría faltante. Para los estudiantes se hace obvio que la solución del problema exige el dominio de la teoría y que el aprendizaje es un proceso permanente.

Así también, el aprendizaje basado en proyectos o aprendizaje por proyectos (ApP) es un ejemplo de aplicación de las TIC con enfoque constructivista en la enseñanza de las matemáticas, aunque no es de uso exclusivo de esta materia ni requiere imperiosamente la utilización de TIC. También se caracteriza porque cada proyecto no se enfoca en aprender acerca de algo, sino en hacer algo. Los objetivos del ApP, según (Moursund, 1999) serían; Desarrollar competencia, mejorar las habilidades de investigación, incrementar las capacidades metales de orden superior, aprender a usar las TIC, aprender a autoevaluarse y a evaluar a los demás, desarrollar un portafolio, comprometerse en un proyecto, ser parte de la comunidad académica al trabajar en ideas que son importantes. Una de las metas de esta técnica, debe ser trabajo interdisciplinario y desde la perspectiva del docente: considera contenidos y

objetivos reales o auténticos, utiliza evaluación centrada en la valoración del desempeño, es diseñado y proporcionado por el profesor, cuenta con metas educativas explícitas, tiene sus raíces en el constructivismo y su diseño permite el aprendizaje del profesor. (Castillo, 2008).

También, un aspecto muy relevante es el lugar donde se lleva a cabo la implementación de toda la instrucción o clase constructivista, nos referimos a la sala de clases. Existen actualmente muchos estudios donde se hace referencia dando gran importancia al aprendizaje constructivista desde el diseño pasando por la luminosidad, color, espacio y comodidad, de cómo están distribuidas los lugares donde los estudiantes y el profesor ejecutan las diferentes actividades académicas, considerando al profesor como mediador y el uso de TIC en el aula para adquirir el aprendizaje esperado colaborativamente en forma grupal. El clima existente dentro del aula debe permitir a los estudiantes participar, cooperar y colaborar en equipo y en grupo. Que mejor si se hace en una disposición física que lo permita, como en círculos o en forma rectangular, en cualquier caso, formando equipos. Debido a esta nueva disposición en la sala de clases, claramente no se evitara el ruido sino por el contrario se generaran discusiones grupales, pero en orden y con respeto a la actividad y en especial a los demás.

“La enseñanza constructivista no se basa en diseñar ejercicios, sino en diseñar entornos sociales de aprendizaje y alfabetización matemáticas, de diseñar un aula compleja, emocionante y especulativa.” (Gregorio, 2002, pág. 128)

2.9 Modelos de enseñanza – aprendizaje.

A continuación se describirán dos métodos de enseñanza – aprendizaje relacionados con el constructivismo, que integran las TIC en la educación. No cabe duda que las TIC representan uno de los principales segmentos de desarrollo en los avances en pedagogía. Hay varios modelos que reflexionan sobre las diferentes formas de integración de las nuevas tecnologías y dos de los más significativos son el modelo TPACK y el modelo SAMR:

Descripción del modelo TPACK⁵:

El modelo TPACK (Mishra & Koehler, 2008) resulta de la intersección compleja de los tres tipos primarios de conocimiento: Contenido (**CK**), Pedagógico (**PK**) y Tecnológico (**TK**). Estos conocimientos no se tratan solamente de forma aislada sino que se abordan también en los cuatro espacios de intersección que generan sus interrelaciones: Conocimiento Pedagógico del Contenido (**PCK**), Conocimiento Tecnológico del Contenido (**TCK**), Conocimiento Tecnológico Pedagógico (**TPK**) y Conocimiento Técnico Pedagógico del Contenido (**TPCK**).

Para un docente la integración eficaz de tecnología en la enseñanza resultará de la combinación de conocimientos del contenido tratado, de la pedagogía y de la tecnología, pero siempre teniendo en cuenta el contexto particular en que se aplica.

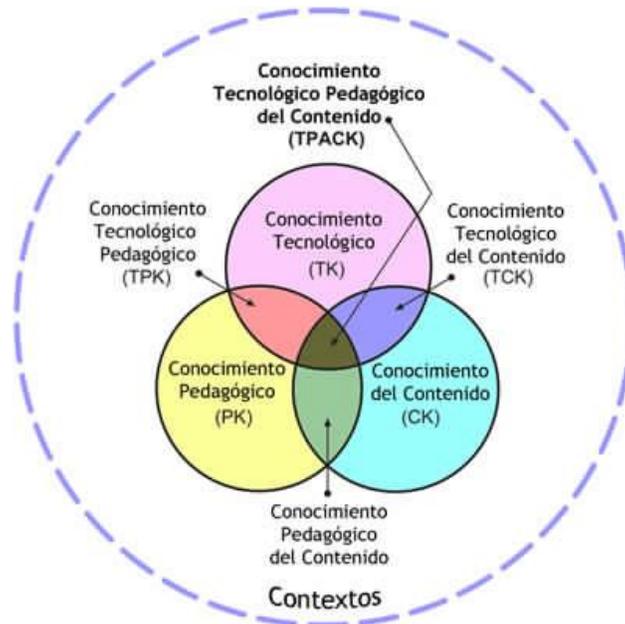


Figura 3: Modelo TPACK. (Mishra & Koehler, 2008)

⁵ Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido.

Los distintos tipos de conocimientos más complejos serían:

- **Conocimiento de contenidos (CK).** El docente debe conocer y dominar el tema que pretende enseñar.
- **Conocimiento pedagógico (PK).** Se refiere al conocimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta forma genérica de conocimiento se aplica a la comprensión de cómo aprenden los alumnos, cómo gestionar el aula, cómo planificar las lecciones y cómo evaluar a los alumnos.
- **Conocimiento tecnológico (TK).** Alude al conocimiento sobre el uso de herramientas y recursos tecnológicos.
- **Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK).** Se centra en la transformación de la materia a enseñar que se produce cuando el docente realiza una interpretación particular del contenido.
- **Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK).** Se refiere a la comprensión de la forma en que tecnología y contenidos se influyen y limitan entre sí.
- **Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK).** Alude a cómo la enseñanza y el aprendizaje pueden cambiar cuando se utilizan unas herramientas tecnológicas u otras.
- **Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPCK).** Define una forma significativa y eficiente de enseñar con tecnología que supera el conocimiento aislado de los distintos elementos (Contenido, Pedagogía y Tecnología) de forma individual.

El modelo TPACK constituye un marco teórico interesante para una integración eficaz de las tecnologías en la enseñanza. Reconoce la importancia de los tres componentes fundamentales: contenido, pedagogía y tecnología, centrando el foco en las múltiples interacciones que existen entre ellos. Por delante resta una importante y densa tarea de desarrollar en la práctica sus principios con intención de avanzar en temas fundamentales como una teoría del aprendizaje con TIC, didáctica del uso de las tecnologías, formación del profesorado, innovación educativa, investigación en la acción, etc.

Descripción del modelo SAMR:

En la figura 4 se muestra el modelo SAMR (Sustitución, Aumento, Modificación, Redefinición) (Puentedura, 2006), describe cuatro niveles de integración de la tecnología que mejora en complejidad y efecto desde una simple **Sustitución**, donde no cambia tanto su función hasta una compleja **Redefinición** donde la tecnología puede proporcionar oportunidades para crear cosas que no serían posibles sin el uso de tecnología.

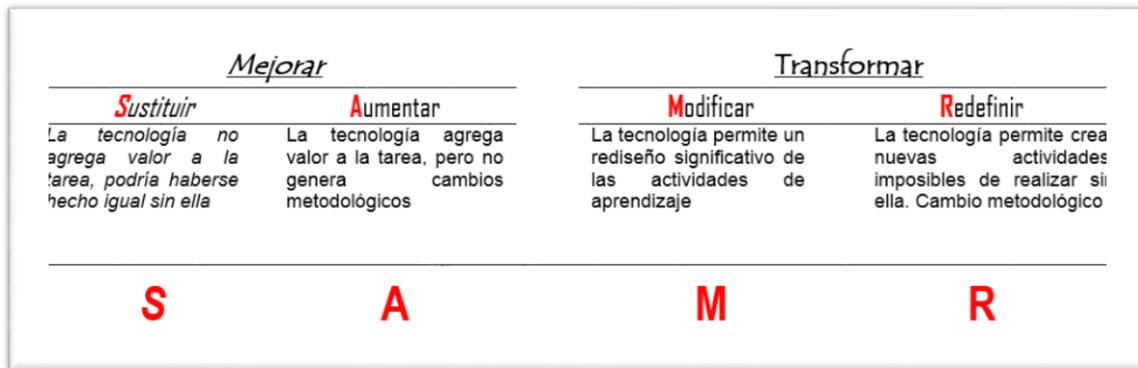


Figura 4. Modelo SARM. Dr. Rubén Puentedura. Elaboración propia.

Sustituir

Los docentes integran las TIC en sus actividades de enseñanza – aprendizaje de manera tal que los estudiantes realizan las mismas tareas que antes cumplían sin utilizar tecnología. Aunque no hay cambio funcional en el proceso de enseñanza – aprendizaje, el uso de las TIC puede representar tanto una disposición más favorable de los estudiantes hacia el aprendizaje de un tema, como el favorecimiento del desarrollo de habilidades de siglo XXI con la realización de la tarea. Por lo regular, este primer nivel del modelo SAMR se centra en el docente que guía todos los aspectos de la clase, pero apoyándose en las TIC.

A manera de ejemplo del uso de las TIC como herramienta sustituta, los estudiantes:

- Usan Google Maps como reemplazo de un atlas de papel.
- Observan un video sobre un tema específico que sustituye la explicación magistral del docente.
- Utilizan el procesador de texto para responder las preguntas de un taller; luego lo imprimen y entregan al docente.
- Analizan una infografía, previamente elaborada por el docente. El docente utiliza un computador y un video-proyector para mostrar y explicar la infografía.
- Prestan atención en cómo el docente utiliza un computador, un video-proyector y un programa para elaborar Líneas de Tiempo, cuando genera frente a ellos una Línea de Tiempo que incluye, por ejemplo, los hitos más importantes de las culturas Maya, Azteca e Inca (surgimiento, gobernantes, construcciones, inventos, desarrollos económicos, etc.).

Aumentar

Las TIC actúan como herramienta sustituta directa, pero con mejora funcional. En otras palabras, aunque las TIC agregan mejoras funcionales a una experiencia de aprendizaje que se ha venido implementando en el aula, si no se utilizan, la actividad de clase no sufre cambios drásticos en su diseño. En este segundo nivel del modelo SAMR, tampoco se presentan cambios en la didáctica de las actividades pero el uso de las TIC pasa a manos de los estudiantes de una manera mucho más activa que en el nivel anterior, quienes las utilizan para realizar las tareas propuestas.

El uso de las TIC como herramienta sustituta con cambio funcional se evidencia, por ejemplo, cuando los estudiantes:

- Utilizan la regla de Google Maps para medir la distancia entre dos lugares geográficos.

- Presentan un examen utilizando un formulario de Google en lugar de usar papel y lápiz. Luego de realizar la prueba, el docente tiene acceso a las respuestas digitalizadas de todos los estudiantes en una hoja de cálculo.
- Investigan en Internet, por ejemplo, sobre la composición de los átomos y a partir de esa investigación, elaboran, de manera individual, una infografía en la que expliquen las partículas que conforman un átomo.

Modificar

Las TIC permiten rediseñar significativamente las actividades de aprendizaje. En otras palabras, el uso de las TIC aporta un cambio funcional significativo, demanda al docente reformular las actividades de aprendizaje que lleva a cabo regularmente en el aula, integrando las TIC plenamente, en dónde los estudiantes tiene un alto uso de ellas para desarrollar los objetivos a lograr, es más muchas acciones no se podrían lograr sin el uso de estas herramientas. Esta reformulación permite adaptar las actividades a los medios tecnológicos disponibles en la institución (Martí, 2013). Dicha reformulación depende fundamentalmente del uso intencionado, enfocado y efectivo que se les quiera dar a las TIC. El docente asume un rol mediador, orientador y los estudiantes un rol mucho más activo que en las etapas anteriores.

Realizar actividades de aprendizaje rediseñadas mediante la utilización de las TIC implica, por ejemplo, que los estudiantes:

- Utilicen la función “Street View” de Google Maps para elaborar recorridos virtuales por las calles de una determinada localidad.
- Utilicen la aplicación Kindle para leer libros digitales y consultan en el diccionario interno de la Real Academia Española el significado de las palabras que no conocen. Resaltan los textos más importantes, les agregan notas y las comparten con docentes y compañeros en Kuote.
- Expliquen ejercicios matemáticos o resultados de investigaciones, realizando tutoriales hechos por ellos, en donde despliegan diversas habilidades.

Redefinir

En este nivel del modelo SAMR el docente debe formularse preguntas tales como: ¿en qué consiste la nueva actividad?, ¿cómo hacen posible las TIC la nueva actividad?, ¿la nueva actividad plantea retos a los estudiantes para elaborar productos informáticos que den cuenta de los contenidos académicos que deben aprender y, que además, en el proceso, ayuden a desarrollar en ellos habilidades transversales? Aquí, la colaboración entre estudiantes se hace indispensable y las TIC facilitan la comunicación entre ellos.

Los siguientes son ejemplos de nuevas actividades de aprendizaje que solo se pueden realizar con el concurso de las TIC:

- Crean una guía turística utilizando Google Maps y la comparten con otros en redes sociales, testeando si su guía es eficiente, antes de entregar su trabajo al profesor.
- Toman notas de clase en Evernote para acceder a ellas posteriormente. Las categorizan en Libretas y les agregan etiquetas, creando resúmenes que se pueden transformar en textos de estudio para generaciones futuras, los cuáles disponen en el sitio de la clase. Comparten las Libretas de contenidos con otros estudiantes, incluso con estudiantes de otras escuelas o universidades y elaboran notas de manera colaborativa.
- Utilizan la aplicación BackTypo para crear un libro con notas de clase en formato epub, mobi o pdf. Publican el libro digital resultante y lo comparten con profesores y compañeros.
- En grupo, crean un video documental que responda una pregunta esencial relacionada con los conceptos más importantes de un tema. Cada equipo de estudiantes asume diferentes subtemas y colabora para elaborar el video final. Se espera que los equipos investiguen sobre el tema en cuestión y evalúen las fuentes de información utilizadas.

- Son capaces de programar o crear aplicaciones que ejemplifican o trabajan habilidades y contenidos que ellos aprendieron, de esta manera de comprueba su comprensión y aplicación en diversos contextos asociados a los aprendizajes que se buscan.
- Diseñar e imprimen en 3D, modelos, objetos u otros que proponen como respuesta de solución a un problema local.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

3.1 Enfoque de Investigación.

La presente investigación tiene un enfoque mixto, es decir posee características deductivas en sus procesos, así también se empleará información obtenida desde la base de datos educacional de la institución, generalizando sus resultados bajo una realidad objetiva. También, Identificaremos características educativas que nos pueden otorgar los software de matemáticas en el proceso de aprendizaje de los alumnos y asociados a los programas de asignaturas. Por lo tanto, para lograr este objetivo se indagará y analizará el entorno en el cual se desarrolla el objeto de estudio, estableciendo patrones de comportamiento y probar teorías, así como recolección de datos para descubrir o afinar la investigación en el proceso de interpretación, a través de los resultados obtenidos por los alumnos durante un periodo de tiempo definido y que representen cierto grado de proximidad en relación a la situación que se aborda.

La investigación cualitativa se enfoca en la comprensión y profundización de los fenómenos y los explora desde la perspectiva de los involucrados y en su mismo ambiente (Hernández et al, 2010). Según (Moreira, 2002), a la investigación cualitativa se la conoce también como naturista, ya que no considera la manipulación de variables, así como tampoco un tratamiento experimental, ya que considera que la experiencia humana es medida por la interpretación, los significados y la visión de realidad del sujeto, y que se generen a partir de las interacciones sociales de los sujetos.

3.2 Paradigma de investigación

La investigación se sustenta en un paradigma construccionista, teoría educativa que fundamenta el uso de tecnologías digitales en la educación. Las computadoras se convierten en herramientas de aprendizaje (Badilla & Chacón, Construccionismo:

Objetos para Pensar, Entidades Públicas y micromundos., 2004). El construccionismo afirma que el aprendizaje es mucho mejor cuando los niños se comprometen en la construcción de un producto significativo, así como el constructivismo teoría de Jean Piaget, que afirma que las personas construyen el conocimiento, es decir construyen un solo sistema de creencias, a partir de su interacción con el mundo (Falbel, 1993). Así también (Abbott & Ryan, 1999), afirman que en el constructivismo los estudiantes estructuran su conocimiento del mundo que los rodea a través de un conocimiento previo conectado con un nuevo hecho, experiencia o entendimiento, en una estructura que los lleva al aprendizaje, luego de establecer relaciones racionales y significativas con el mundo que los rodea. No solo las computadoras pueden ser usadas como elementos constructores, sino también cualquier otro tipo de dispositivo que pueden ser programadas. (Pitti, Curto, & Moreno, 2010) citan a Ruiz Velasco (2007) para indicar en forma resumida lo que es el construccionismo en forma de ecuación matemática:

$$\text{Constructivismo} + \text{Tecnología} = \text{Construccionismo}$$

3.3 Alcance del estudio

Esta investigación tiene un alcance descriptivo exploratorio que estudiará los alcances de las herramientas tecnológicas aplicadas en el aula, a través de la recopilación de información tomando en cuenta algunas variables de carácter educativo y buscará dar respuesta a través de los resultados obtenidos, aportando información concreta que permitirá favorecer a los alumnos en su proceso de enseñanza – aprendizaje y mejorar la calidad de educación en la APN.

De los actos o elementos que analizaremos y observaremos en esta investigación, tales como las notas de la asignatura de matemática Técnica I entre los años 2013 – 2018, y los contenidos de cada unidad de aprendizaje, desarrollaremos una teoría conceptual para dar respuesta a nuestra incógnita o bien resolver en cuanto a nuestra necesidad de incluir la tecnología en la educación en estas aulas de educación

superior de carácter técnico con el ánimo y énfasis en la enseñanza aprendizaje de los alumnos.

3.4 Diseño de la investigación

Esta investigación considera tres aspectos fundamentales para su desarrollo:

1. La recolección de datos referente al rendimiento académico de los alumnos de primer año común Mecánico Electrónico Operaciones y Armamentos, en la asignatura de Matemática Técnica I. El periodo de tiempo considerado para tal efecto es 2013-2018, cuya base de datos se extrae de la plataforma S.I.G.A. (Sistema de Información de Gestión Académica). Cabe señalar que solamente están disponibles las notas correspondientes a cada unidad temática, pero las pruebas no están disponibles. En virtud de lo anterior se asume que el profesor evaluó los contenidos declarados en el programa de asignatura. El cumplimiento de esto está validado por documentos rectores, tales como:
 - Directiva D.E.A. ordinario N° E-007, que establece procedimientos de evaluación, calificación y aprobación de asignaturas y cursos.
 - Orden permanente interna de la Academia Politécnica Naval, O.P.I. N° 209. Esta establece normas y pauta de observación de clases teóricas y prácticas para profesores civiles y militares que imparten docencia.
 - Directiva D.E.A. ordinario N° K-00, que dispone funciones que deben desempeñar los asesores pedagógicos, el personal de apoyo docente y el personal paradocente de las Academias, Escuelas y Centros de Instrucción de la Armada.
 - Directiva D.E.A. ordinario N° K-005, que establece procedimientos para el proceso de evaluación del desempeño docente.

- Directiva D.E.A. ordinario N° K-011, que establece normas para la supervisión docente de profesores civiles y militares de academias, escuelas y centros de instrucción.
 - Orden permanente interna de la Academia Politécnica Naval, O.P.I. N° 310. Esta establece normas para el desarrollo del proceso de evaluación de los aprendizajes de las asignaturas que se imparten.
 - Orden permanente interna de la Academia Politécnica Naval, O.P.I. N° 338. Esta establece normas generales para la elaboración de la planificación de aula.
2. Revisión del programa de asignatura Matemática Técnica I en lo concerniente a objetivos de aprendizaje, contenidos y metodología de enseñanza. También se procede a una revisión de los informes de observación de clases de los profesores de matemáticas, observaciones realizadas por los asesores pedagógicos de la Academia Politécnica naval. Esto dará luz, junto con los puntos anteriores, a qué tipo de software se ajusta más para ser integrado en el aula.
 3. Validación de los software seleccionados para determinar la pertinencia y calidad de ellos (Fallas Monge & Chavarria Molina, 2010). La validación se lleva a cabo mediante los modelos de evaluación de software educativo que consideran criterios de inclusión en relación a las características técnicas del software (Fallas Monge & Chavarria Molina, 2010) y criterios de inclusión en relacionan a las competencias matemáticas que se requieren en un curso de matemática técnica (Rada Cardenas, 2009). Estos modelos permiten identificar fortalezas y debilidades del software respecto de los contenidos que se requieren reforzar. Anterior a la validación, se realiza un ordenamiento jerárquico de los elementos a evaluar, de acuerdo al nivel de importancia, tanto técnico como educativo (Abud Figueroa, 2005). El instrumento utilizado para la evaluación de los software, es un cuestionario de valoración que posee una

escala entre rangos de valores o grado de conformidad con las aseveraciones planteadas (Fallas Monge & Chavarria Molina, 2010)

A continuación, se realiza la evaluación de la calidad del software, para lo cual se realiza una clasificación, dentro de los cuestionarios, de acuerdo a un factor de importancia. Para esto, se sigue lo indicado por (Abud Figueroa, 2005), que asigna un peso de 40% al factor de competencias matemáticas, 36% al factor que interfaz y usabilidad, y 24% al factor técnico.

Finalmente, se evalúan los software de acuerdo a criterios de inclusión en concordancia con las competencias matemáticas que los alumnos pueden trabajar con las aplicaciones (Hernández B., 2007).

4. Para terminar, se seleccionarán los softwares evaluados con mayor prestación para ser empleados en el aula y reforzar los aprendizajes de los alumnos en la asignatura de Matemática Técnica I.

Con esto, se elaborará una propuesta de uso del software libre matemático en el aula, que incluirá los respectivos manuales del software, instrucciones de instalación, unidades temáticas y contenidos que se trabajarán con los mismos y actividades recomendadas para que los alumnos trabajen durante la clase y como tareas en horas de estudio no presenciales.

3.5 Objeto de estudio

El objeto de estudio de esta investigación se orienta a las características que poseen programas matemáticos y su aporte en el nivel de enseñanza aprendizaje en los alumnos de los cursos mecánico electrónico de primer año en la asignatura de matemáticas técnica I. Las nuevas generaciones tendrán la necesidad de adaptarse a los cambios tecnológicos no siendo suficiente las habilidades básicas como leer, escribir, realizar operaciones matemáticas y desarrollar pensamiento crítico, generando la necesidad de adaptarse a la nueva sociedad de la información

aprendiendo aptitudes especiales que le permitan trabajar, divertirse y convivir con las nuevas tecnologías (Yarto, 2001)

3.6 Trabajo de Campo y recolección de datos

Para la presente investigación, el trabajo de campo se desarrolla con los alumnos integrantes de los cursos de primer año de electrónica de la escuela de operaciones de la Academia Politécnica Naval institución de educación superior acreditada por 5 años, ubicada en la ciudad de Viña del Mar, desde donde se recopilará la información para materializar esta investigación. Esta información será la concentración de 5 notas parciales de la asignatura en un periodo de 6 años, ubicada en el primer semestre de la especialidad de electrónica.

Con esta información, obtenida del Sistema de Información de Gestión Académica (SIGA) se creará un base de datos, que será sometido a cálculo estadístico de frecuencia en el programa estadístico SPSS V25 y se realiza un análisis con los resultados. Las unidades de aprendizaje de esta asignatura están directamente relacionadas con la cantidad de evaluación que se realizan en la misma, por tanto, cada evaluación parcial corresponde a la medición de aprendizaje logrado de cada una de ellas. En la tabla 2, se muestra las cohortes de cada año y el tabla 3 la correlación de las unidades de aprendizaje y sus evaluaciones.

Tabla 2
Relación entre año académico y cohorte

<i>AÑO ACADÉMICO</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total alumnos
<i>COHORTE</i>	46	62	61	96	65	85	415

Fuente Elaboración propia

Tabla 3
Correlación del programa de asignatura con las evaluaciones

<i>UNIDAD DE APRENDIZAJE</i>	EVALUACIÓN	HABILIDADES	INSTRUMENTO
<i>U.A. 1</i>	NOTA 1	Graficar – Analizar – Resolver.	Conocimiento / Prueba de desarrollo
<i>U.A. 2</i>	NOTA 2	Graficar – Resolver.	Conocimiento / Prueba de desarrollo
<i>U.A. 3</i>	NOTA 3	Graficar – Demostrar – Resolver.	Conocimiento / Prueba de desarrollo
<i>U.A. 4</i>	NOTA 4	Resolver.	Conocimiento / Prueba de desarrollo
<i>U.A. 5</i>	NOTA 5	Graficar	Conocimiento / Prueba de desarrollo

Fuente Elaboración propia

La recolección de información pretende “obtener datos (que se convertirán en información) de personas, seres vivos, contextos o situaciones en profundidad; en las “propias formas de expresión” de cada uno de ellos (Fernández, 2010, página 409). También se realizará análisis del programa de asignatura y su contenido, necesario para identificar software de licenciamiento libre que posean las capacidades para satisfacer a cada una de las unidades de aprendizaje.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se dará a conocer el análisis efectuado en la APN, que consideró los cursos de primer año de la especialidad de electrónicos de la Escuela de Operaciones, al contenido de cada una de las unidades de aprendizaje de la asignatura Matemática Técnica I, al rendimiento académico obtenido por los alumnos durante el primer semestre del año académico por un periodo de seis años, desde el año 2013 – 2018 y analizaremos algunos software de licencia gratuita que permitan mejorar el nivel de aprendizaje en la asignatura bajo análisis.

4.1 Introducción al análisis

El siguiente análisis de datos para este trabajo de investigación se realizó en base a las notas obtenidas por los alumnos en la asignatura de matemática técnica I desde el año 2013 al 2018. Este análisis se basa en la secuencia que se producen en los diferentes contenidos de la asignatura de acuerdo con el programa de asignatura, basados en competencia, donde los contenidos se concatenan en cada una de las unidades temáticas aumentando gradualmente el grado de complejidad.

Para la interpretación de los datos se empleó la OPI N° 310 donde indica expresamente los valores referenciales o criterios para indicar los resultados de una evaluación en donde son aceptable y no de acuerdo al rendimiento obtenido, como se indica en la siguiente tabla 4.

Tabla 4
Rendimiento Académico institucional

<i>CRITERIO</i>	<i>RENDIMIENTO</i>
<i>ACEPTABLE</i>	4,8 – 7,0
<i>REGULAR</i>	4,1 – 4,7
<i>DEFICIENTE</i>	1,0 – 4,0

Fuente: Documentación interna OPI310

Para la compilación de la información del rendimiento académico se empleó la base de datos educacional institucional S.I.G.A. (Sistema de Información de Gestión Académica). En esta base de datos, están alojadas las informaciones académicas de los alumnos, en cada nivel o etapa de su educación naval como también, la cantidad de alumnos y cursos que se han efectuado en esta academia y otras reparticiones asociadas a la Dirección de Educación de la Armada (D.E.A.) tales como; Escuela de Grumetes, Escuela Naval, Escuela de Submarinos, entre otras.

4.2 Descripción de la asignatura

La asignatura ubicada en el primer semestre del curriculum de la especialidad Mecánico Electrónico de la Escuela de Operaciones, tiene una realización teórica - presencial y se imparte en forma tradicional durante el primer semestre. Fue dictada por diferentes docentes, siguiendo los alineamientos y contenidos están estipulados en los planes de asignatura, elaborados por docentes y curriculistas de esta academia. Aquí se encuentran los temas a tratar en el aula contenidos, las fuentes de información bibliográfica, los resultados de aprendizajes, las actividades, así como las estrategias para el desarrollo de las competencias y habilidades que los estudiantes tuvieron que alcanzar para aprobar esta área de conocimiento.

Esta asignatura Matemática Técnica I, requiere comprensión y ejercitación de funciones reales, despeje de fórmulas logarítmicas y exponenciales, operatoria con vectores, propiedades trigonométricas, números complejos y geometría analítica. Con esto, contribuye al desarrollo de la competencia: Integrar los conceptos de funciones reales, propiedades de números complejos y geometría analítica en la resolución de ejercicios y problemas de planteo, propios de las diferentes disciplinas en las áreas de Ingeniería, Operaciones y Armamentos.

En la tabla 5 se muestra el cálculo de cantidad de horas de dedicación de la asignatura de acuerdo a lo declarado en el plan de asignatura.

Tabla 5
Cálculo de cantidad de horas de dedicación (SCT – Chile)

ACTIVIDAD EDUCATIVA	Cantidad de horas de dedicación		
	Cantidad de horas en la semana	Cantidad de semanas	Cantidad total de horas
PRESENCIAL (El (La) profesor(a) está presente)			
Asistencia y participación en Cátedra o Clases teóricas	2.2	19	41.8
Asistencia y participación en Actividades Prácticas			
Asistencia y participación en Laboratorios / Taller			
Desarrollo de Evaluaciones (pruebas, certámenes)	0.3	19	5.7
Desarrollo de Ejercicios	2	19	38
Otras (Especificar)			
NO PRESENCIAL (El (La) profesor(a) no está presente)			
Actividades prácticas			
Asistencia y participación en clases de Ayudantía			
Tareas solicitadas			
Estudio Personal (Individual o grupal)	1.35	19	25.65
Preparación de presentaciones			
Otras (Especificar)			
TOTAL (HORAS RELOJ)	1.35	19	25.65
Número total en CRÉDITOS TRANSFERIBLES			111.15

Fuente: Plan de Asignatura Matemática Técnica I

4.3 Rendimiento académico

Se evaluaron los resultados de seis cohortes durante el primer semestre, en la modalidad presencial. La escala de calificación fue a de 1,0 a 7,0 donde el mínimo para aprobar la asignatura fue de 4,0 equivalente a un 60%. El periodo académico semestral estuvo conformado por 19 semanas, donde cada año es diferente por las actividades extra programáticas propias de la institución de tipo militar y de ayuda a la comunidad. Como apoyo a la gestión de las asignaturas, la institución cuenta con

la aplicación Moodle en su versión 3.4 la cual se emplea para la educación virtual de sus alumnos y todas sus asignaturas.

Algunas acepciones propuestas en el "Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española", se encontró el concepto rendimiento académico que hace referencia a la evaluación del conocimiento adquirido en el ámbito escolar, terciario o universitario. Un estudiante con buen rendimiento académico es aquel que obtiene calificaciones positivas en los exámenes que debe rendir a lo largo de una cursada. En otras palabras, el rendimiento académico es una medida de las capacidades del alumno, que expresa lo que este ha aprendido a lo largo del proceso formativo. También supone la capacidad del alumno a responder a los estímulos educativos, vinculado a la aptitud.

Con el objeto de identificar características de rendimiento de la población bajo estudio, a partir de un análisis descriptivo de la variable académica disponible para toda la población y la relación de estas con el contenido de cada unidad de aprendizaje, en la tabla 6 se muestra las cohorte de cada año bajo análisis, donde se aprecia una diferencia entre años, de acuerdo a las necesidades anuales de especialistas de la institución, al retiro de estos y en coordinación con la Dirección General del Personal de la Armada (D.G.P.A.) y la Dirección de Recursos Humanos (DIRHUM). En general estas cohortes están en un rango etario entre los 19 a los 23 años, con diferentes estratos sociales y educativos, todos con un nivel educacional de enseñanza media completa, el cual es requisito mínimo de ingreso y algunos con nivel de educación superior incompleta, efectuados en diferentes establecimientos y diferentes ciudades del país.

Tabla 6
Relación entre año académico y cohorte

<i>AÑO ACADÉMICO</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total alumnos
<i>COHORTE</i>	46	62	61	96	65	85	415
<i>Porcentaje alumnos por año</i>	11,08%	14,93%	14,69%	23,13%	15,66%	20,48%	100%

Fuente elaboración propia

Para poder ampliar el conocimiento de los resultados obtenidos por los alumnos en la asignatura bajo análisis y de acuerdo con los años evaluados en esta investigación y asociando los contenidos con sus respectivos resultados de aprendizaje, debemos considerar la diferencia de alumnos en cada año indicado en la tabla 5. La mayor cantidad de alumnos del universo bajo evaluación está concentrado en el año 2016 con 96 alumnos que corresponde al 23,13%, seguido por un 20,48% del año 2018 (85 alumnos) y el resto de los años 2014 (62 alumnos), 2015 (61 alumnos) y 2017 (65 alumnos) mantienen un porcentaje cercanos entre sí a un 15% cada uno, exceptuando el año 2013 con un 11,08% (46 alumnos).

4.4 Análisis por unidades de aprendizajes y rendimiento académico obtenido.

A continuación, se realizará un análisis por cada unidad de aprendizaje de la asignatura en estudio, poniendo énfasis en el contenido y las habilidades que éstas promueven

4.5 Unidad de aprendizaje N° 1: Funciones Reales

Contenidos de la unidad:

- El plano cartesiano.
- Definición de relación; dominio y recorrido.
- Gráfica de una relación.
- Definición de función; dominio y recorrido.
- Concepto y gráfica de funciones reales: lineal, constante, cuadrática, valor absoluto, raíz cuadrada, cúbica y racionales.

Resultados de aprendizajes de la unidad:

- Grafique funciones reales en el plano cartesiano a partir de su dominio
- Analice el comportamiento de funciones reales y su aplicación, en su área de especialidad
- Resuelve problemas de aplicación en su área de especialidad a partir de funciones reales

Los indicadores, que darán evidencia de los aprendizajes, son los siguientes:

- Grafica en el plano cartesiano funciones reales, a partir de su dominio y recorrido e identificando las principales características.
- Analiza el comportamiento de funciones reales (crecimiento, decrecimiento, intercepto con los ejes coordenados, entre otros), en contexto de problemas del área de desempeño.

Actividades de aprendizaje realizadas:

- Resolver guías de ejercicios que involucren cálculo de dominio, recorrido, gráfica de relaciones y funciones reales, resolución de problemas de aplicación propios de su área de especialidad.
- Desarrollar talleres individuales y/o grupales, favoreciendo el aprendizaje colaborativo

En la tabla 7 se indica un resumen de datos obtenidos de la evaluación en la primera unidad de aprendizaje para posteriormente profundizar el análisis de acuerdo con la información que se encuentra en el anexo A de esta investigación.

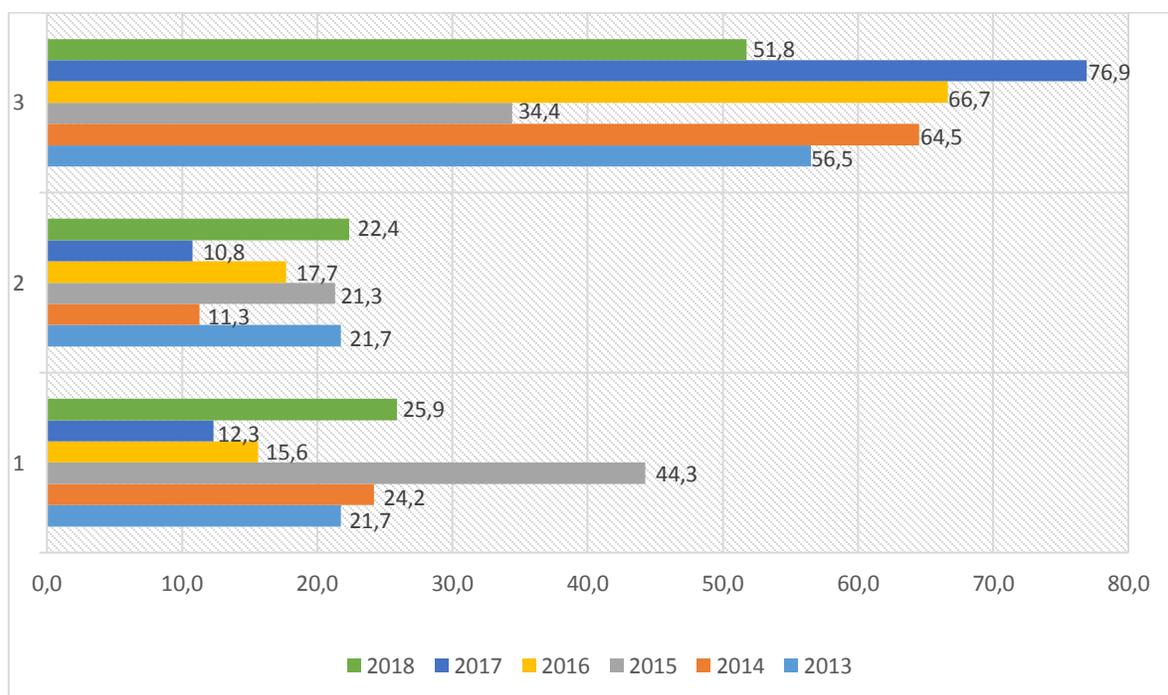
Tabla 7
Resumen datos obtenidos de la Nota 1 entre año 2013 al 2018

	Rendimiento	Cantidad de alumnos	Porcentaje
1	Deficiente (1,0 – 4,0)	97	23,37 %
2	Regular (4,1 – 4,7)	73	17,59 %
3	Aceptable (4,8 – 7,0)	245	59,03%
	TOTAL	415	100,00 %

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los datos analizados para los resultados de aprendizaje esperados para el contenido de la primera unidad de aprendizaje de la asignatura de matemáticas en los últimos 6 años, se puede aseverar en términos generales que de la totalidad de alumnos el 59% lograr la adquisición de las competencias esperadas para esta unidad.

Figura 5: Grafico Nota 1 por año primera unidad de aprendizaje



Fuente: Elaboración propia (SPSS V25.0)

En cuanto al análisis por año, indicado en el gráfico anterior, se puede establecer que los rendimientos académicos no evidencian una constante, sino que varían a través del tiempo, sin manifestar una tendencia clara ascendente o descendente a través de los años. Es decir, entre los años 2013 y 2014 se evidencian mejoras en la categoría de rendimiento aceptable para esta unidad, sin embargo también existe un alza en los resultados deficientes, por lo tanto, esta variación no clarifica si hubo mejoras en el logro de competencias adquiridas para esta unidad. Sin embargo, para el año 2015, la categoría aceptable evidencia un importante descenso, así como la categoría deficiente duplica el porcentaje de los años anteriores, por lo tanto para este año si se puede determinar que los resultados esperados para esta unidad de aprendizaje en el año 2015 no fueron alcanzados, ya que presenta un 34,4% de rendimiento aceptable y sobre el 65% de los alumnos de ese año no alcanzó dicha categoría y por lo tanto no lograron la adquisición de dichas competencias.

Lo anterior, permite inferir que las metodologías, evaluación, didáctica utilizadas por los docentes, o bien las conductas de entrada o estilos de aprendizaje de los alumnos, no favorecieron en el año 2015 la adquisición de las competencias esperadas para esa unidad de aprendizaje, lo cual constituye una brecha de posible indagación con el fin de establecer las causales de esta dispersión de los resultados entre un año y otro.

Por otra parte, en el año 2016 se aprecia un aumento importante en la aprobación y adquisición de las competencias para la primera unidad de aprendizaje de la asignatura analizada, lo cual se refuerza positivamente para el año 2017, aumentando el porcentaje para los resultados en la categoría de aceptable, además entre un año y otro, la categoría deficiente disminuye así como la categoría regular, por lo que se deduce que se aplicaron estrategias y mecanismos eficientes en la asignatura, para superar los porcentajes de rendimiento deficiente y regular, y así potenciar la adquisición de dichas competencias, lo cual se refleja en el 76,9% de rendimiento aceptable en el 2017.

Por último, para el año 2018, se aprecia un nuevo descenso en la categoría de rendimiento aceptable, y un aumento en las categorías regular y deficiente, por tanto en relación al año anterior, se aprecia más de un 20% de descenso en la adquisición de competencias de la primera unidad de la asignatura analizada.

Dado lo anterior, se puede inferir que no existe una constante en la ratificación del uso de estrategias y mecanismos que han resultado eficientes para mantener un rendimiento y adquisición de competencias en un rango aceptable. Así también, los datos analizados permitirían profundizar en una futura investigación, las posibles causales que han concedido las oscilaciones de rendimiento a lo largo de los últimos 6 años, determinando si éstas obedecen a variables docentes como metodología, planificación o evaluación, o bien corresponden a variables propias del alumnos como conocimientos previos o concomitantes a la asignatura. Los datos de este análisis se pueden encontrar con mayor detalle en el anexo A Nota 1 año 2013 – 2018 y en forma general en la tabla 8 con el resumen estadístico, a continuación:

Tabla 8
Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 1 correspondiente a la primera unidad de aprendizaje

<i>Rendimiento</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018
1 Deficiente (1,0 – 4,0)	21,7	24,2	44,3	15,6	12,3	25,9
2 Regular (4,1 – 4,7)	21,7	11,3	21,3	17,7	10,8	22,4
3 Aceptable (4,8 – 7,0)	56,5	64,5	34,4	66,7	76,9	51,8

Fuente: Elaboración propia

En vista de los resultados obtenidos en esta unidad de aprendizaje en concordancia con los contenidos y los indicadores establecidos en el plan de asignatura, es necesario identificar un software libre que posean las capacidades de graficar funciones reales de tipo polinómica y trascendentales en plano, manipulando interactivamente el gráfico. También es necesario que el software tenga la capacidad de identificar e indicar los puntos característicos que definen un gráfico

de función real. Por último, el software que se seleccionará debe tener la capacidad de resolver ecuaciones reales en forma algebraica y numérica.

4.6 Unidad de aprendizaje N° 2 Funciones Exponencial y Logarítmica.

Contenidos de la unidad:

- Definición de la función exponencial y logarítmica con sus respectivas propiedades
- Representación gráfica de una función exponencial y logarítmica
- Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Despeje de fórmulas y resolución de problemas de planteo aplicados a su área de especialidad

Resultados de aprendizaje de unidad:

- Grafique funciones exponenciales y logarítmicas en el plano cartesiano
- Resuelva ecuaciones, despeje de fórmulas y problemas de aplicación en su área de especialidad, que involucren la función exponencial y logarítmica

Los indicadores, que darán evidencia de los aprendizajes, son los siguientes:

- Grafica en el plano cartesiano funciones exponenciales y logarítmicas.
- Resuelve ecuaciones y despeja formulas, aplicando propiedades de potencia y de logaritmos.

Actividades de aprendizaje realizadas:

- Resuelve guías de ejercicios que involucren:
- cálculo de dominio y gráfica de funciones exponenciales y logarítmicas.
- ecuaciones exponenciales, logarítmicas y despeje de fórmulas.

- problemas de aplicación en su área de especialidad
- Desarrolla talleres individuales y/o grupales, favoreciendo el aprendizaje colaborativo

En la tabla 9 se indica un resumen de datos obtenidos de la evaluación en la segunda unidad de aprendizaje para posteriormente profundizar el análisis de acuerdo con la información que se encuentra en el anexo B Nota 2 año 2013 – 2018 de esta investigación.

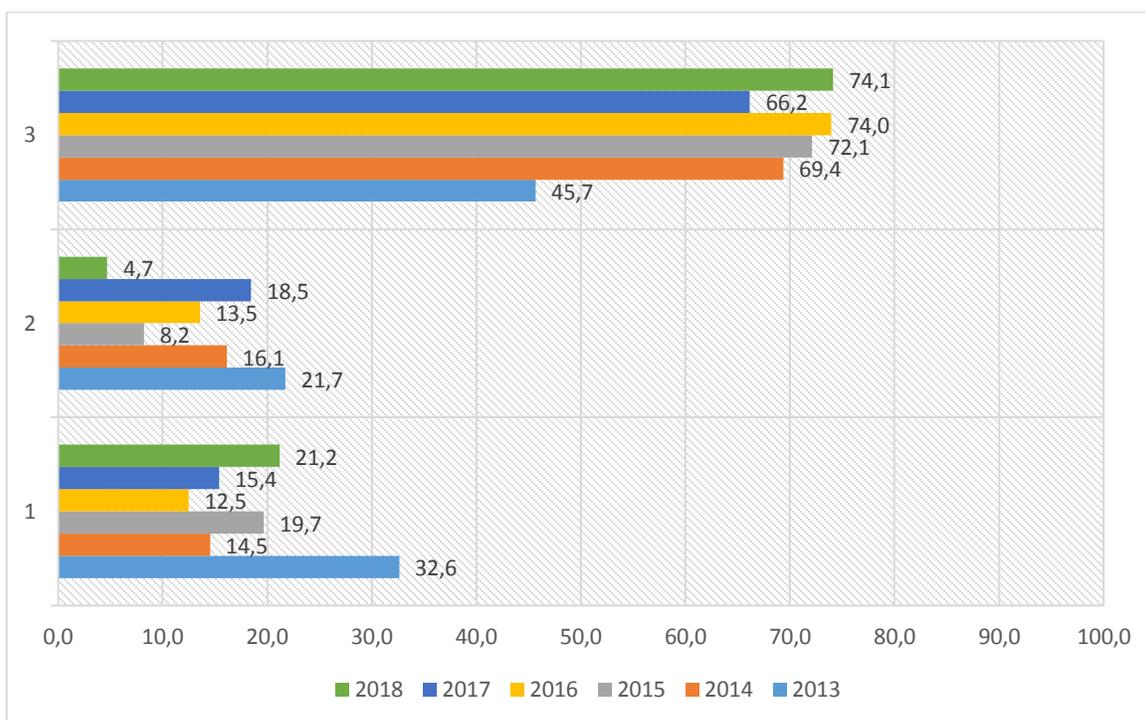
Tabla 9
Resumen datos obtenidos de la Nota 2 entre año 2013 al 2018

	<i>Rendimiento</i>	Cantidad de alumnos	Porcentaje
1	Deficiente (1,0 – 4,0)	76	18,31%
2	Regular (4,1 – 4,7)	54	13,01%
3	Aceptable (4,8 – 7,0)	285	68,67%
	<i>TOTAL</i>	415	100,00 %

Fuente: Elaboración propia

Los datos analizados para la segunda unidad temática de la asignatura en estudio, señalan que el rendimiento es ascendente en términos generales, iniciando con un rendimiento aceptable del 45,7% para el año 2013 y terminando con un 74,1% de los alumnos en esta categoría, lo que ratifica que el aprendizaje y adquisición de competencias para esta unidad a lo largo de 6 años.

Figura 6: Grafico Nota 2 por año segunda unidad de aprendizaje



Fuente: Elaboración propia (SPSS V25.0)

Entre el año 2013 y 2014 el porcentaje de alumnos con rendimiento deficiente disminuyó prácticamente a la mitad y el rendimiento regular también disminuyó, aumentando los alumnos con rendimiento aceptable. Para el año 2015, la categoría aceptable evidencia un alza así como el año 2016, mientras que la categoría deficiente y regular se mantienen por debajo del 20%. Lo anterior puede dar cuenta que las metodologías empleadas en conjunto con las conductas de entrada de los alumnos de esas cohortes, favorecieron el logro de los objetivos de la unidad analizada.

Sin embargo, en el año 2017 se percibe un aumento en el rendimiento regular y disminución en la categoría aceptable, en relación a los años anteriores. Lo cual se revierte en el año 2018, alcanzando un 74,1% de rendimiento aceptable, sin embargo, a pesar de disminuir considerablemente el rendimiento regular, aumenta el rendimiento deficiente, lo anterior, en comparación al año 2017, evidencia que así como aumentaron los casos de rendimiento aceptable también aumentaron los

casos de rendimiento deficiente en el año 2018. En términos generales, se aprecia un rendimiento aceptable relativamente constante que involucra a más de la mitad de la muestra analizada, exceptuando el año 2013. Lo anterior, deja en evidencia que los mecanismos empleados en la enseñanza para la adquisición de competencias de esta unidad son efectivos, sin embargo, no producen el efecto deseado en la muestra que oscila en el rendimiento regular, ya que ésta tiende a un comportamiento intermitente a través del tiempo, lo que podría indicar que los mecanismos, estrategias o metodologías empleadas sólo son efectivas para aquellos alumnos que se mantienen en o por sobre la media, es decir, no se observa una clara tendencia a la disminución de rendimientos regulares o deficientes que tiendan a aumentar el rendimiento aceptable.

En tabla 10 se indican los resultados estadísticos generales que corresponden a la Nota2 y para mayor información los datos se pueden encontrar con detalle en el anexo B Nota 2 año 2013 – 2018.

Tabla 10
Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 2 correspondiente a la segunda unidad de aprendizaje

	<i>Rendimiento</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018
1	Deficiente (1,0 – 4,0)	32,6	14,5	19,7	12,5	15,4	21,2
2	Regular (4,1 – 4,7)	21,7	16,1	8,2	13,5	18,5	4,7
3	Aceptable (4,8 – 7,0)	45,7	69,4	72,1	74,0	66,2	74,1

Fuente elaboración propia

Al analizar los aprendizajes esperados y los indicadores, se concluye que el software que se necesita para cumplir con esto, deben cumplir con tener la capacidad de graficar funciones exponenciales y logarítmicas, o una combinación de ellas, identificando e indicando los puntos críticos, teniendo la posibilidad de interactuar dinámicamente con el gráfico. Este software también debe poseer la capacidad de resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas, en forma algebraica y numérica.

4.7 Unidad de aprendizaje N° 3: Funciones Trigonométricas y Vectores

Contenidos de la unidad:

- Representación gráfica de la función seno y coseno. Cálculo de período, amplitud y ángulo de fase.
- Identidades trigonométricas fundamentales y demostraciones de otras
- Concepto de vector y escalar
- Operatoria de vectores en el plano y en el espacio
- Suma de dos o más vectores utilizando la descomposición de vectores en sus componentes rectangulares

Resultados de aprendizaje de la unidad:

- Grafique funciones senoidales y cosenoidales en el plano cartesiano.
- Demuestre identidades trigonométricas.
- Resuelva operatoria con vectores en el plano y en el espacio

Los indicadores definidos para los resultados de aprendizaje son los siguientes:

- Grafica funciones senoidales y cosenoidales en el plano cartesiano.
- Identifica período, amplitud y fase de una función senoidal y cosenoidal.
- Demuestra identidades trigonométricas complejas.
- Resuelve ecuaciones trigonométricas.
- Aplica vectores en el plano y el espacio tridimensional.

Actividades de aprendizaje realizadas:

- Guías de ejercicios que involucran gráfico de funciones senoidales, operatoria con vectores en el plano y en el espacio, demostración de identidades trigonométricas.
- Resolución de problemas con vectores.
- Resolución de problemas aplicados

- Desarrolla talleres individuales y/o grupales, favoreciendo el aprendizaje colaborativo

En la tabla 11 se indica un resumen de datos obtenidos de la evaluación en la tercera unidad de aprendizaje para posteriormente profundizar el análisis de acuerdo con la información que se encuentra en el anexo C de esta investigación.

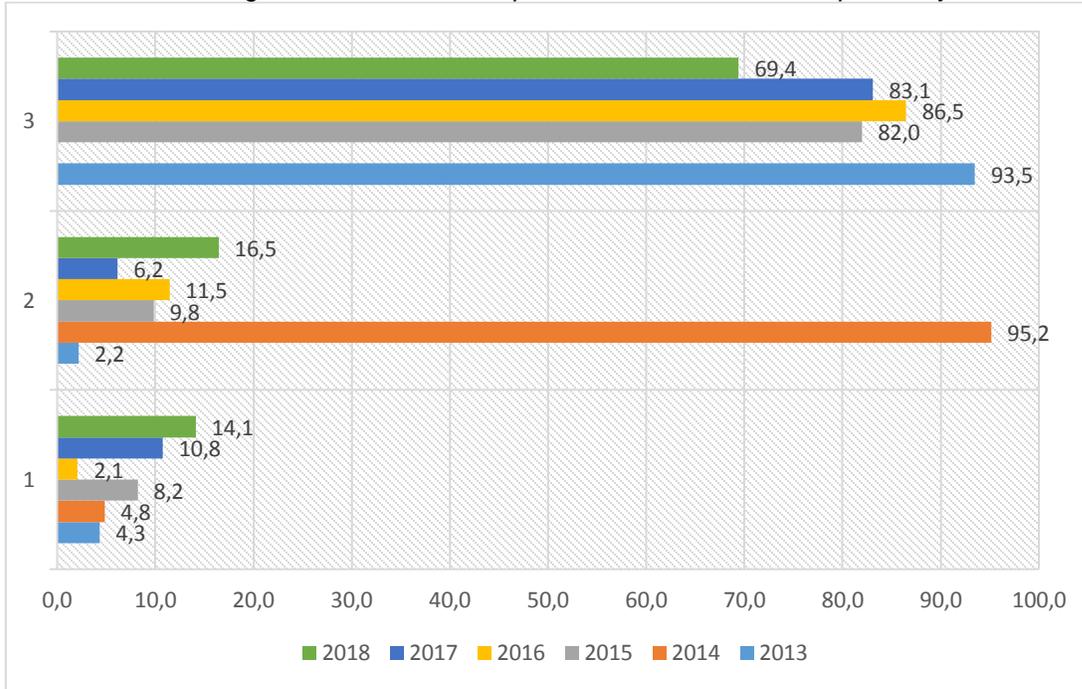
Tabla 11
Resumen datos obtenidos de la Nota 3 entre año 2013 al 2018

<i>Rendimiento</i>	Cantidad de alumnos	Porcentaje
1 Deficiente (1,0 – 4,0)	28	6,75%
2 Regular (4,1 – 4,7)	39	9,40%
3 Aceptable (4,8 – 7,0)	348	83,86%
TOTAL	415	100 %

Fuente: Elaboración propia

Para la unidad temática 3 de la asignatura en estudio, se puede desprender que la cantidad de alumnos en la categoría deficiente ha aumentado a lo largo de los 6 años analizados, mientras que la categoría aceptable ha descendido en el porcentaje de alumnos para este nivel, por lo tanto, en términos generales, se puede inferir que la adquisición de competencias y aprendizajes de esta unidad ha sido progresivamente débil.

Figura 7: Grafico Nota 3 por año tercera unidad de aprendizaje



Fuente: Elaboración propia (SPSS V25.0)

Entre los años 2013 y 2015, el porcentaje de alumnos en la categoría de aceptable fluctuó entre el 82% y 95%, sin embargo en el año 2018 este porcentaje disminuyó al 69%, lo anterior denota que existen variables no controladas que influyeron en el rendimiento académico de los alumnos, lo cual deriva en la disminución de competencias requeridas para la unidad. Lo mismo ocurre para la categoría deficiente para este último año, señalando que se obtiene el más alto porcentaje de rendimiento deficiente en comparación a los 5 años anteriores, alcanzando el 14,1%.

Por lo tanto, para esta unidad se establece que a partir del año 2015 se evidencia un descenso en el rendimiento de los alumnos, lo cual no fue detectado, lo que derivó en el más bajo nivel de rendimiento de los 6 años analizados, el año 2018. En consecuencia, se puede determinar que la adquisición de competencias establecidas en la unidad temática 3, ha sido sistemáticamente descendente en el transcurso de los últimos 6 años.

Los datos de este análisis se pueden encontrar con mayor detalle en el anexo C Nota 3 año 2013 – 2018 y en forma general en la siguiente tabla 12 que contiene un resumen estadístico de la nota bajo análisis.

Tabla 12
Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 3 correspondiente a la tercera unidad de aprendizaje

<i>Rendimiento</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018
1 Deficiente (1,0 – 4,0)	4,3	0	8,2	2,1	10,8	14,1
2 Regular (4,1 – 4,7)	2,2	4,8	9,8	11,5	6,2	16,5
3 Aceptable (4,8 – 7,0)	93,5	95,2	82,0	86,5	83,1	69,4

Fuente elaboración propia

En vista de los resultados de aprendizaje, contenidos e indicadores es necesario que el software de apoyo al aprendizaje tenga las capacidades de graficar funciones trigonométricas senoidales y cosenoidales, identificando puntos críticos y parámetros propios de este tipo de funciones. También el software debe ser capaz de resolver ecuaciones trigonométricas en forma algebraica y numérica. Por último el software debe tener la capacidad de realizar operatoria con vectores en el plano y en el espacio tridimensional.

4.8 Unidad de aprendizaje N° 4: Números Complejos

Contenidos de la unidad:

- Definición de la unidad imaginaria.
- Resolución de ecuación cuadrática con soluciones complejas.
- Números complejos en forma rectangular, polar y exponencial. Representación gráfica.
- Operatoria básica de números complejos en forma rectangular.
- Transformación de un número complejo en sus diferentes formas; en forma conceptual y con apoyo de calculadora científica.

- Operatoria de números complejos expresados en su forma polar: multiplicación, división, potencias y raíces.
- Operatoria con números complejos, en forma exponencial: multiplicación, división, potencias y raíces.

Resultados de aprendizajes de la unidad:

- Resuelva operatoria con números complejos expresados en sus diferentes formas (rectangular, polar y exponencial)

Los indicadores que se definieron para estos resultados de aprendizaje son:

- Expresa números complejos en forma gráfica, rectangular y polar.
- Transforma números complejos de forma rectangular a polar y viceversa.
- Opera con números complejos expresados en forma rectangular y polar.
- Resuelve ecuación cuadrática, que admite solución compleja.

Actividades de aprendizaje realizadas:

- Resuelve guías de ejercicios que involucren:
- Transformaciones de un número complejo en sus diferentes formas.
- Operatoria en forma rectangular, polar y exponencial; incluyendo potencias y raíces. Representación gráfica
- Resolución de problemas orientados a la especialidad
- Resuelve guías de ejercicios que involucren: Transformaciones de un número complejo en sus diferentes formas.
- Operatoria en forma rectangular, polar y exponencial; incluyendo potencias y raíces. Representación gráfica.
- Resolución de problemas orientados a la especialidad

En la tabla 13 se indica un resumen de datos obtenidos de la evaluación en la segunda unidad de aprendizaje para posteriormente profundizar el análisis de acuerdo con la información que se encuentra en el anexo D de esta investigación.

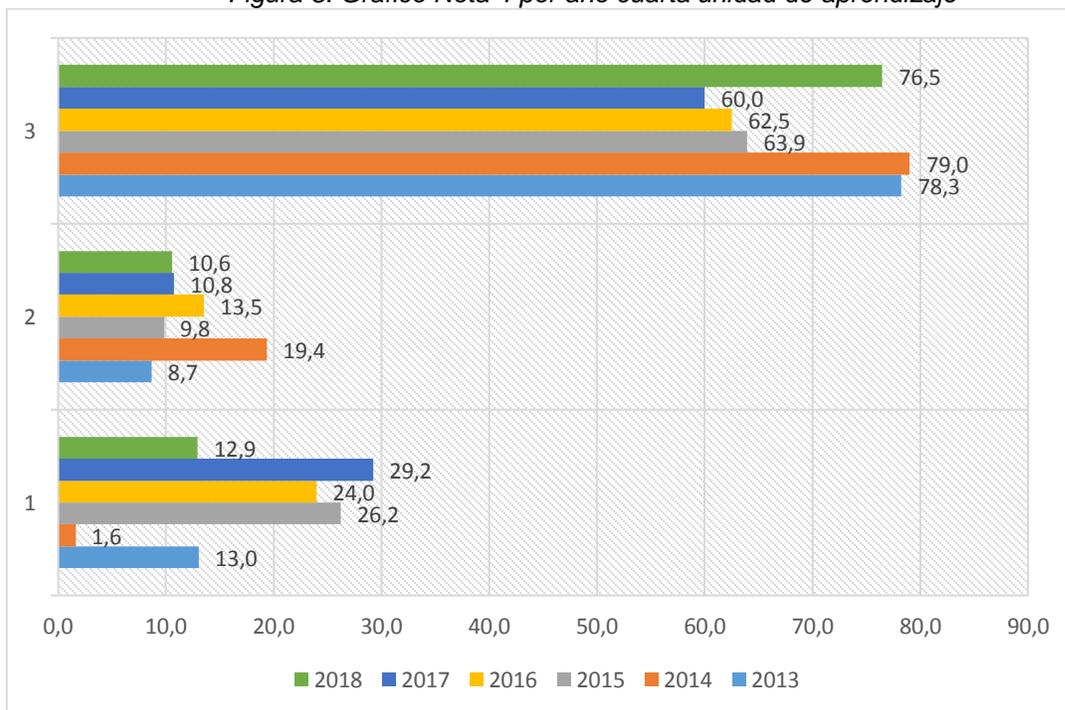
Tabla 13
Resumen datos obtenidos de la Nota 4 entre año 2013 al 2018

	<i>Rendimiento</i>	Cantidad de alumnos	Porcentaje
1	Deficiente (1,0 – 4,0)	76	18,31%
2	Regular (4,1 – 4,7)	51	12,29%
3	Aceptable (4,8 – 7,0)	288	69,40%
	<i>TOTAL</i>	415	100 %

Fuente: Elaboración propia

Para la unidad temática 4 de la asignatura en estudio, desde el año 2013 al 2014 se logra mejorar los indicadores de rendimiento, aumentando el porcentaje de alumnos en la categoría aceptable y disminuyendo aquellos en la categoría deficiente, lo que vislumbra un posible afianzamiento de mecanismos de mejora.

Figura 8: Gráfico Nota 4 por año cuarta unidad de aprendizaje



Fuente: Elaboración propia (SPSS V25.0)

Sin embargo, en los años 2015, 2016 y 2017 se observa un descenso en el rendimiento de los alumnos, aumentando aquellos con calificaciones deficientes. Por lo tanto, se infiere que las variables positivas dadas en los años 2013 y 2014, no se extrapolaron a estos periodos y a su vez, no se establecieron mecanismos de mejora que se reflejaran en el rendimiento de los alumnos.

Lo anterior se subsana para el año 2018, aumentando el porcentaje de alumnos en la categoría aceptable y disminuyendo en la categoría deficiente, pero manteniendo un porcentaje similar para la categoría regular.

Por lo tanto, se puede establecer que un porcentaje importante de las cohortes de los años 2015, 2016 y 2017, no lograron la adquisición de competencias establecidas para la unidad temática 4 al mismo nivel que las cohortes de los años 2013, 2014 y 2018. Los datos de este análisis se pueden encontrar con mayor detalle en el anexo D nota 4 año 2013 – 2018 y en forma general en la siguiente tabla estadística.

Tabla 14
Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 4 correspondiente a la cuarta unidad de aprendizaje

<i>Rendimiento</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018
1 Deficiente (1,0 – 4,0)	13	1,6	26,2	24	29,2	12,9
2 Regular (4,1 – 4,7)	8,7	19,4	9,8	13,5	10,8	10,6
3 Aceptable (4,8 – 7,0)	78,3	79	63,9	62,5	60	76,5

Fuente elaboración propia

Teniendo en cuenta los resultados de aprendizaje, los contenidos e indicadores que fueron detallados anteriormente, se concluye que el software que permite el apoyo de esto debe tener la capacidad de expresar un número complejo en forma gráfica, rectangular y polar. También tiene que ser capaz de hacer operaciones con números complejos, y por último resolver ecuaciones cuadráticas que admiten solución en el conjunto de los números complejo.

4.9 Unidad de aprendizaje N° 5: Geometría Analítica

Contenidos de la unidad:

- Conceptos previos.
- Distancia entre dos puntos, coordenadas del punto medio.
- Concepto de pendiente de una recta y su interpretación geométrica.
- Ecuación general y principal de una recta, representación gráfica.
- Posiciones de una recta en el plano: rectas paralelas a los ejes coordenados, crecientes y decrecientes.
- Posiciones de dos rectas en el plano: rectas paralelas, perpendiculares, coincidentes y que se interceptan en un único punto.
- Ecuaciones generales y principales; con su representación gráfica de circunferencia, parábola, elipse e hipérbola.

Resultados de aprendizajes de la unidad:

- Grafique rectas, circunferencia y cónicas en el plano cartesiano

Los indicadores definidos, que evidenciarán los resultados de aprendizaje obtenidos se declaran a continuación:

- Reconoce la ecuación general de una recta y cónica.
- Escribe la ecuación de una recta, circunferencia y cónica general.
- Elabora la gráfica de una recta y cónica general en el plano cartesiano.

Actividades de aprendizaje realizadas:

- Guías de ejercicios que involucren: Completación de cuadrados de binomios, para lograr la ecuación principal de una cónica.
- Grafica en el plano cartesiano de rectas y cónicas
- Desarrolla talleres individuales y/o grupales, favoreciendo el aprendizaje colaborativo

En la tabla 15 se indica un resumen de datos obtenidos de la evaluación en la quinta unidad de aprendizaje para posteriormente profundizar el análisis de acuerdo con la información que se encuentra en el anexo E de esta investigación.

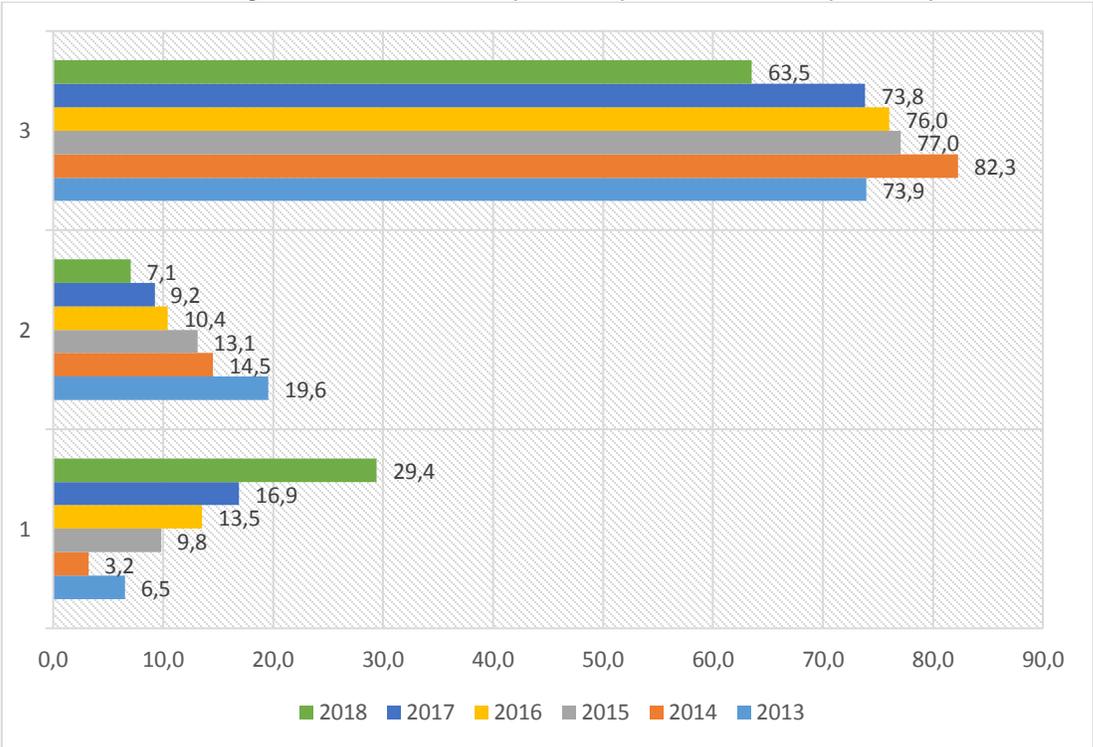
Tabla 15
Resumen datos obtenidos de la Nota 5 entre año 2013 al 2018

	Rendimiento	Cantidad de alumnos	Porcentaje
1	Deficiente (1,0 – 4,0)	60	14,46%
2	Regular (4,1 – 4,7)	48	11,57%
3	Aceptable (4,8 – 7,0)	307	73,98%
	TOTAL	415	100 %

Fuente: Elaboración propia

En términos generales, desde el año 2013 al 2017, las cohortes logran buenos resultados en la adquisición de las competencias establecidas para la unidad temática 5 de la asignatura en estudio. Sólo en el año 2018 se aprecia un descenso en el rendimiento académico.

Figura 9: Gráfico Nota 5 por año quinta unidad de aprendizaje



Fuente: Elaboración propia (SPSS V25.0)

Es así que desde el año 2013 al 2017 se observa un descenso continuo en el porcentaje de la categoría deficiente, por lo tanto se asume que a través de los años, se mejoraron los aprendizajes, siendo el año 2014 en el que se observa el rendimiento con mayores logros.

Sin embargo, en el año 2018, el aumento de rendimiento deficiente es notorio en función de los años anteriores, y a su vez el porcentaje de alumnos calificados en el rendimiento aceptable es bastante más bajo que los años precedentes. Por lo tanto, se evidencia que los mecanismos empleados en los años anteriores no fueron aplicados en el año 2018, ya sea mecanismos de metodología, evaluación, planificación por parte de los docentes, o bien mecanismo de niveles de los alumnos, o a su vez mecanismos de control de la gestión académica. Los datos de este análisis se pueden encontrar con mayor detalle en el anexo E nota 5 año 2013 – 2018 y en forma general en la siguiente tabla estadística.

Tabla 16
Resumen estadístico (%) de alumnos por año nota 5 correspondiente a la quinta unidad de aprendizaje

<i>Rendimiento</i>	2013	2014	2015	2016	2017	2018
1 Deficiente (1,0 – 4,0)	6,5	3,2	9,8	13,5	16,9	14,1
2 Regular (4,1 – 4,7)	19,6	14,5	13,1	10,4	9,2	16,5
3 Aceptable (4,8 – 7,0)	73,9	82,3	77,0	76,0	73,8	69,4

Fuente elaboración propia

En base a los resultados de aprendizaje, contenidos e indicadores, el software que se utilizará en esta unidad para apoyar los aprendizajes, debe tener la capacidad de representar una recta general y una cónica, haciendo variar los parámetros para interactuar en forma dinámica con el gráfico; encontrar puntos críticos y puntos de intersección entre rectas, entre cónicas y entre rectas y cónicas.

4.10 Selección del software matemático libre.

Para llevar a cabo la selección del software libre de matemáticas, que se adapte a los requerimientos del programa de asignatura de Matemática Técnica I, se realizó una búsqueda en internet, más los softwares utilizados por los autores del presente trabajo. En segunda instancia, se realizó una valoración de estos softwares en base a modelos existentes en la literatura para este propósito.

4.11 Identificación de software libre disponible

Para la identificación de los softwares matemáticos disponibles en internet, se procedió a su búsqueda mediante las palabras claves: *Software Matemático Libre + Aprendizaje + Competencias*. Esto dio como resultado una cantidad del orden de 15, entre los cuales se destacan: *Geogebra, Wxmaxima, Octave y Gnuplot*. Se tomaron estos cuatro softwares para su posterior validación, ya que ellos han sido utilizados por los autores del trabajo de tesis en forma complementaria a las actividades declaradas en los programas de asignatura, no estando estos incluidos en tal programa. Además, existe una amplia documentación y artículos que avalan su utilización como herramienta para potenciar los aprendizajes en matemáticas.

4.12 Validación del software libre.

En complemento a lo señalado en el diseño de la investigación, se realiza una evaluación de la calidad del software, considerando para ello una clasificación en concordancia al factor de importancia (usabilidad, funcionalidad, eficiencia, confiabilidad, mantenibilidad, transportabilidad) y aspectos del software educativo (Pedagógico, interfaz hombre-máquina, contenido y técnico) (Abud Figueroa, 2005).

Siguiendo a (Abud Figueroa, 2005), se considera un peso de 40% para el factor de las competencias matemáticas, un peso de 36% para el factor interfaz y usabilidad, y un peso de 24% para el factor técnico.

Para el cálculo de la calidad global del software se utiliza el modelo de atributos múltiples, utilizando la fórmula:

$$U = \frac{\sum_{k=1}^n (w_k u_k)}{100}$$

Donde U es la calidad global obtenida por el software, en relación al valor máximo que podría obtener el software ideal.

w_k es el peso asignado al factor de calidad: 40%, 36% o 24%.

u_k es el puntaje obtenido por la componente k, que toma valores desde 1 hasta el máximo de componentes n.

Para establecer los criterios técnicos y de interfaz, se consideró los siguientes aspectos:

1. Que el software libre sea instalable en sistema operativo Windows.
2. Que la instalación sea sencilla y la operación del software sea posible sin tener el manual disponible (Fallas Monge & Chavarria Molina, 2010)
3. Idioma español
4. Interfaz gráfica amigable, que los tipos de letras y símbolos matemáticos sean claros; botones, ventanas y menús accesibles con facilidad; colores que no entorpezcan la visualización (Fallas Monge & Chavarria Molina, 2010) También se debe considerar la evaluación de los elementos multimedia, tales como calidad de las imágenes, de los gráficos, de las animaciones e iconos utilizados por el software (Hernández B., 2007).
5. En cuanto a la usabilidad, que es la medida de la calidad respecto de la facilidad de uso del software por parte del usuario, se debe tener en cuenta

la composición y relación de las herramientas ofrecidas por el software, tales como sistema de navegación, funcionalidades y el contenido disponible, que permitan establecer la efectividad de del uso en cada elemento del software (Gutiérrez Bobadilla y Herrera Moreno, 2013)

En cuanto a los criterios de evaluación de las competencias matemáticas, que debe poseer el software, quedaron establecidos en el análisis de las unidades de aprendizaje. Además de esos criterios, el software debe ser capaz de proporcionar al estudiante las competencias específicas de:

1. Modelar matemáticamente problemas reales variando parámetros, que permitan su posterior análisis.
2. Argumentar la solución obtenida con el software, mediante gráficos, tablas etc.
3. Resuelve problemas matemáticos aplicando diferentes enfoques.

Con lo anterior, se establece las funcionalidades matemáticas que deben tener los softwares libres para cumplir con objetivos y competencias declaradas.

Ya definidos los aspectos y factores más importantes que permiten la valoración de los softwares matemáticos, se establece una escala de aceptabilidad, considerando lo dispuesto en el estándar ISO-9126. Esto llevó al establecimiento de la siguiente escala para evaluar un criterio:

- Valor 1 (bajo) que indica que el software no cumple con el criterio.
- Valor 3 (medio) el cual indica que el software no cumple completamente con el criterio, por la falta de alguno de los conceptos evaluados en él.
- Valor 5 (alto) indica que el software cumplió plenamente con el criterio.

Considerando lo establecido en los apartados anteriores se diseñaron las siguientes tablas: tabla 17, que indica la evaluación de las funcionalidades que debe cumplir el

software matemático para satisfacer los objetivos y competencias establecidas en el programa de asignatura Matemática Técnica I. El resultado de esta matriz se pondera con el 40%.

Tabla 17
Matriz de evaluación de capacidades matemáticas del software, en relación a objetivos y competencias de la asignatura Matemática Técnica I.

Software Funcionalidades	Geogebra	Wxmaxima	Octave	Gnuplot
Grafica funciones reales de todo tipo en 2D y 3D	5	5	5	5*
Analiza comportamiento de funciones reales	5	3	1	1
Resuelve ecuaciones en forma numérica y algebraica	3	5	3*	1
Manipula expresiones algebraicas	2	5	1	1
Realiza operaciones vectoriales en el plano y el espacio	5	3	3	1
Puntaje total	20	21	13	9
40%	8	8.4	5.2	3.6

Elaboración propia.

Respecto de la evaluación de los criterios técnicos, estos quedan resumidos en la tabla 18. Estos criterios tienen como finalidad facilitar el trabajo del estudiante en cuanto sistema operativo, instalación y portabilidad. El resultado entregado por esta matriz se pondera con el 24%.

Tabla 18
Matriz de criterios técnicos que debe cumplir para facilitar el uso del software matemático.

Software	Geogebra	Wxmaxima	Octave	Gnuplot
Criterios técnicos				
Sistema operativo Windows	5	5	5	5
Software libre	5	5	5	5
Instalación por el usuario fácil	5	5	5	5
Idioma (español)	5	5	1	1
Para dispositivos móviles	5	5	5	5
Puntaje total	25	25	21	21
24%	6	6	5.04	5.04

Elaboración propia

Finalmente, la evaluación de los criterios de interfaz y usabilidad se indican en la tabla 19. Estos criterios tienen como objetivo facilitar la interacción del usuario con el software, en cuanto a comodidad visual y acceso a los controles.

Tabla 19
Matriz de evaluación de criterios de interfaz y usabilidad del software matemático.

Software	Geogebra	Wxmaxima	Octave	Gnuplot
Interfaz y usabilidad				
La interfaz permite flexibilidad para las actividades (Marquès Graells, 2002)	5	5	3	3
La terminología del software es coincidente con la usada por el profesor (Floría Cortés, 2001)	5	5	3	3
Advierte de errores con un mensaje (Floría Cortés, 2001)	5	5	5	3

Las letras son fáciles de distinguir (Ferrari Alve, 2014)	5	3	3	1
Se incluyen ejemplos que ilustran el uso (Marquès Graells, 2002)	3	3	3	1
El usuario puede salir de la aplicación con facilidad (Ferrari Alve, 2014)	5	5	5	5
Se distinguen con facilidad las figuras, tablas y zonas activas (Ferrari Alve, 2014)	5	3	3	3
La ayuda se accede con facilidad (Ferrari Alve, 2014)	5	5	5	3
Se necesita mínima ayuda o instrucciones para el uso (Ferrari Alve, 2014)	3	5	3	1
Ejecutar una instrucción es fácil de recordar	5	3	3	1
Los submenús desplegados son explicativos y se visualizan todos a la vez (Ferrari Alve, 2014)	1	3	3	3
Puntaje total	47	45	39	27
36%	16.92	16.2	14.04	9.72

Elaboración propia.

Una vez evaluados los criterios de cada software utilizando las tablas 17, 18 y 19, se aplicó la ecuación [1], con la cual se obtuvo la calidad global de cada software. Los resultados de esta calidad global se muestran en la tabla 20.

Tabla 20.
Puntaje de la Calidad Global del Software.

<i>Software</i>	Geogebra	Wxmaxima	Octave	Gnuplot
Calidad global	30.92	30.6	24.28	18.36

Elaboración propia

Considerando que cada ítem se evalúa con la máxima puntuación de 5, la calidad global del software que cumple con esto es 35.8 puntos, que corresponde al 100% de la calidad global. En consecuencia, la calidad global en porcentaje para cada software se muestra en la tabla 21. Estos valores fueron truncados y aproximados a dos cifras.

Tabla 21.
Porcentaje de la calidad global del software.

<i>Software</i>	Geogebra	Wxmaxima	Octave	Gnuplot
<i>Calidad global</i>	86	85	68	51

Elaboración propia.

Del análisis de las tablas 20 o 21, se concluye que el software de peor desempeño es Gnuplot. Este software tiene un cumplimiento muy bajo en la relación de sus capacidades matemáticas con los objetivos de aprendizaje de la asignatura Matemática Técnica I. También se concluye que este software tiene baja ponderación en su aspecto de interfaz y usabilidad; la interfaz posee escasos menús; y son rudimentarios en cuanto al contenido y despliegue. Pero cabe destacar que este software tiene alta capacidad de procesar datos para uso estadístico y ajuste de datos experimentales a una función proporcionada por el usuario, esto en dos dimensiones como tres dimensiones. Por lo tanto, es recomendable para una asignatura de estadística.

Si bien Octave obtuvo una calidad global de casi el 70%, no cumple con las capacidades matemáticas para afrontar los resultados de aprendizaje señalados en las unidades de aprendizaje. Así también no es aceptable en cuanto a los criterios técnicos que debe cumplir, y por último su desempeño en cuanto a interfaz y usabilidad es bajo en comparación al software Geogebra y Wxmaxima.

Sin embargo, Octave tiene gran capacidad de graficar funciones en dos y tres dimensiones, aunque gran parte de los comandos se ingresan por teclado. Otra capacidad de este software es su alta potencia en el cálculo numérico, es decir

resolución de ecuaciones complejas en forma aproximada. Este software se recomendaría para aquellas asignaturas que requieren el uso de herramientas de cálculo numérico, tales como: análisis de circuitos, mecánica de fluidos, transferencia de calor, entre otras.

Los dos softwares restantes, es decir, Geogebra y Wxmáxima, prácticamente tienen la misma calidad global de 86%, la más alta de los cuatro softwares analizados. La diferencia se advierte, pero en un porcentaje bajo, en la interfaz y usabilidad.

Se ha elegido Geogebra como propuesta de uso de software libre de matemáticas, ya que ha sido usado por los autores de esta tesis, y además es un software, como se mencionó anteriormente, diseñado especialmente para trabajar en aula (enseñanza secundaria), pero sus capacidades van mucho más allá, haciendo de él una herramienta poderosa para el aprendizaje de matemáticas a nivel de educación superior. A continuación, se realizara una breve descripción de los softwares no seleccionados, incluyendo ejemplos de aplicación para algunas unidades de aprendizaje.

4.13 Características de los otros softwares analizados

A continuación, se hará una breve descripción de los softwares que participaron en el proceso de selección, los cuales tienen una valoración de calidad similar a Geogebra, pero que en su calidad dinámica y de usabilidad difieren son menores. Estos son Wxmaxima y Octave, quedando en una situación muy desmedrada el software Gnuplot.

Dentro de la descripción se incluirá un ejemplo de unidad de aprendizaje.

Wxmaxima

Este software tiene como característica principal su capacidad simbólica y de cálculo numérico, perteneciendo a la categoría de CAS (Computer Algebra System). Es potente en el cálculo diferencial e integral. También posee la capacidad de

realizar gráficos en dos y tres dimensiones, pero su habilidad de realizar animaciones en las gráficas es engorrosa, pues se debe hacer un pequeño algoritmo en la línea de comando de la ventana, es decir no es muy intuitivo para trabajar por un usuario inicial. Otra característica favorable es que los menús están visibles y se despliegan con facilidad, los símbolos griegos y caracteres especiales también son de fácil acceso. Esto se muestra en la figura 10, donde se puede apreciar el algoritmo para el deslizador que variará la pendiente (d) de la recta (%i8), además se visualiza la gráfica (%t8) de la recta $y = dx + 0.2$. En la ventana también se aprecia que para graficar hay que indicar el rango de la variable independiente (x) para realizar el gráfico.

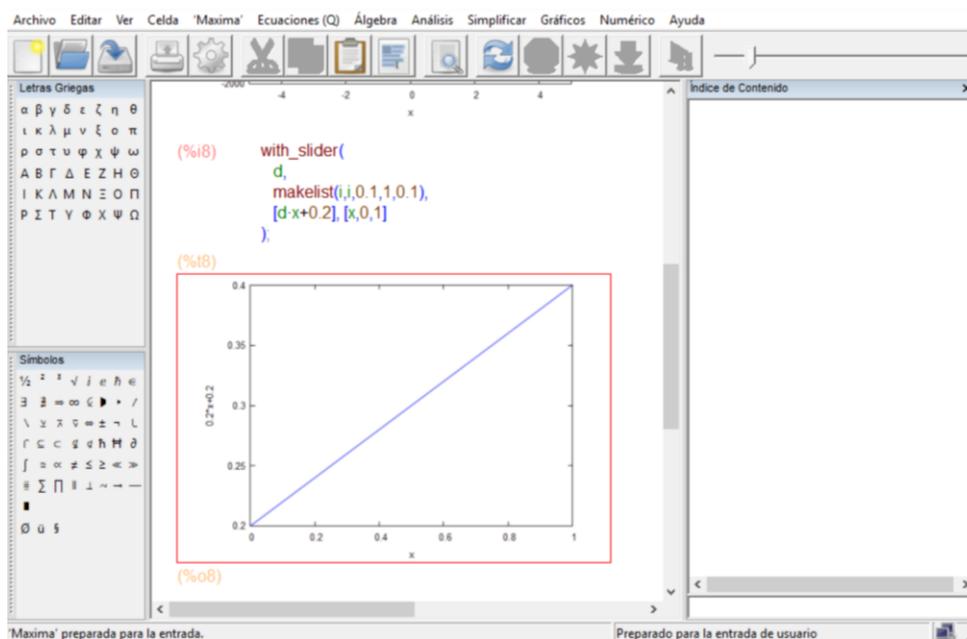


Figura 10. Gráfica de la función $y=dx$, utilizando Wxmaxima.
Elaboración propia

Como segundo ejemplo se graficará la función $f(x) = \frac{x}{x+4} - x$ para analizar las asíntotas, o rectas donde la función se indefina. La figura 11, muestra esta situación.

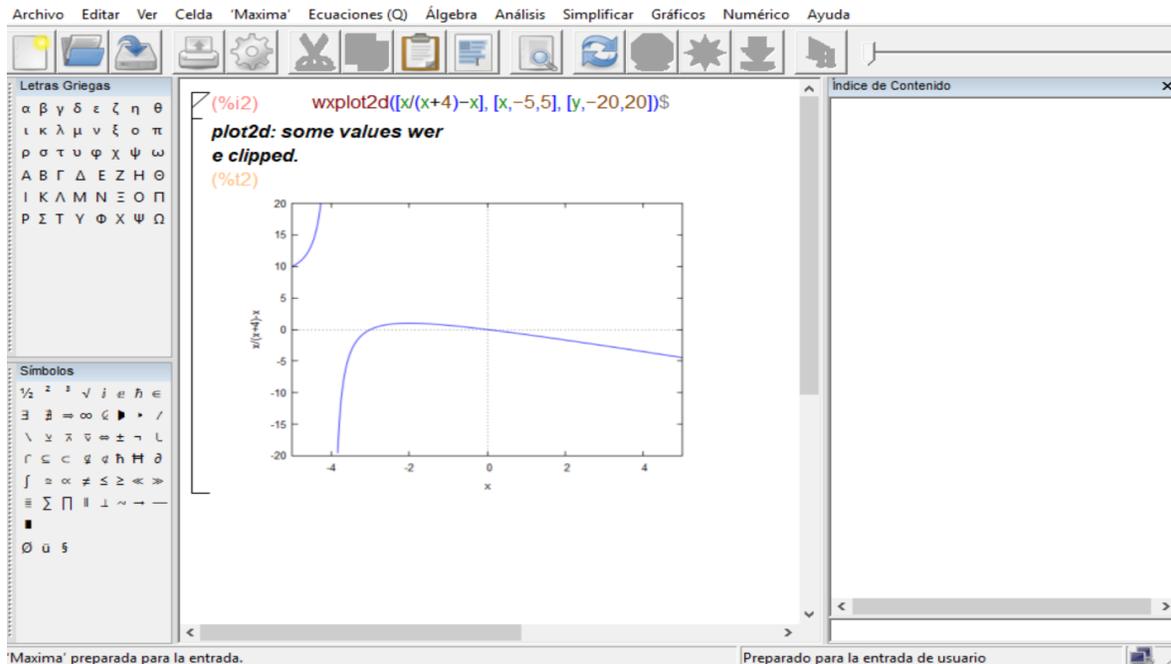


Figura 11. Gráfica de la función $f(x)$, utilizando Wxmaxima.
Elaboración propia

De la figura 11, se puede apreciar la asíntota vertical que es $x = -4$, pero no la asíntota oblicua de la curva que avanza hacia la derecha. En este software la asíntota se obtiene mediante el cálculo de límites, materia que se trata en el curso de Matemática Técnica II.

Octave

Este software tiene, como característica principal, su gran poder de cálculo numérico para la resolución de problemas complejos de ingeniería, tal como ecuaciones que no tienen solución analítica, solución de ecuaciones diferenciales, manipulación de matrices con gran cantidad de elementos, etc. Pero también posee gran capacidad gráfica, las funciones se pueden graficar sin necesidad de dar los rangos de las variables, lo ajusta automáticamente con el comando `ezplot`. Posee módulos o paquetes de distintas disciplinas tales como, control automático, óptica,

econometría, análisis de señales, comunicaciones, etc., los cuales se cargan según la necesidad de uso. A continuación, se desarrollarán ejemplos con este software.

El primer ejemplo corresponde a graficar la función $f(x) = \frac{x}{x+4} - 4$, esto se muestra en la figura 12. Para realizarla solo se escribe el comando $ezplot(\frac{x}{x+4} - x')$ y automáticamente se ajustan los ejes para una buena visualización, la ventaja de esto es que el usuario no tiene que definir rangos de valores para las variables.

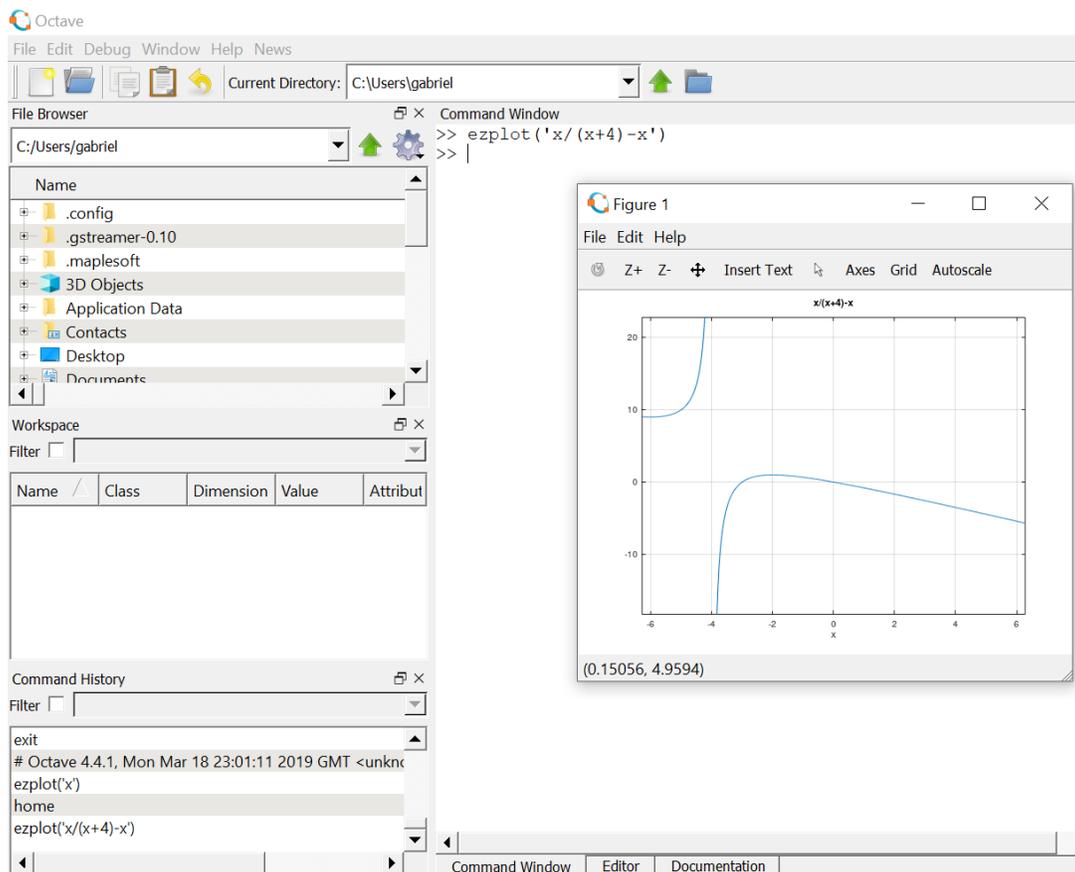
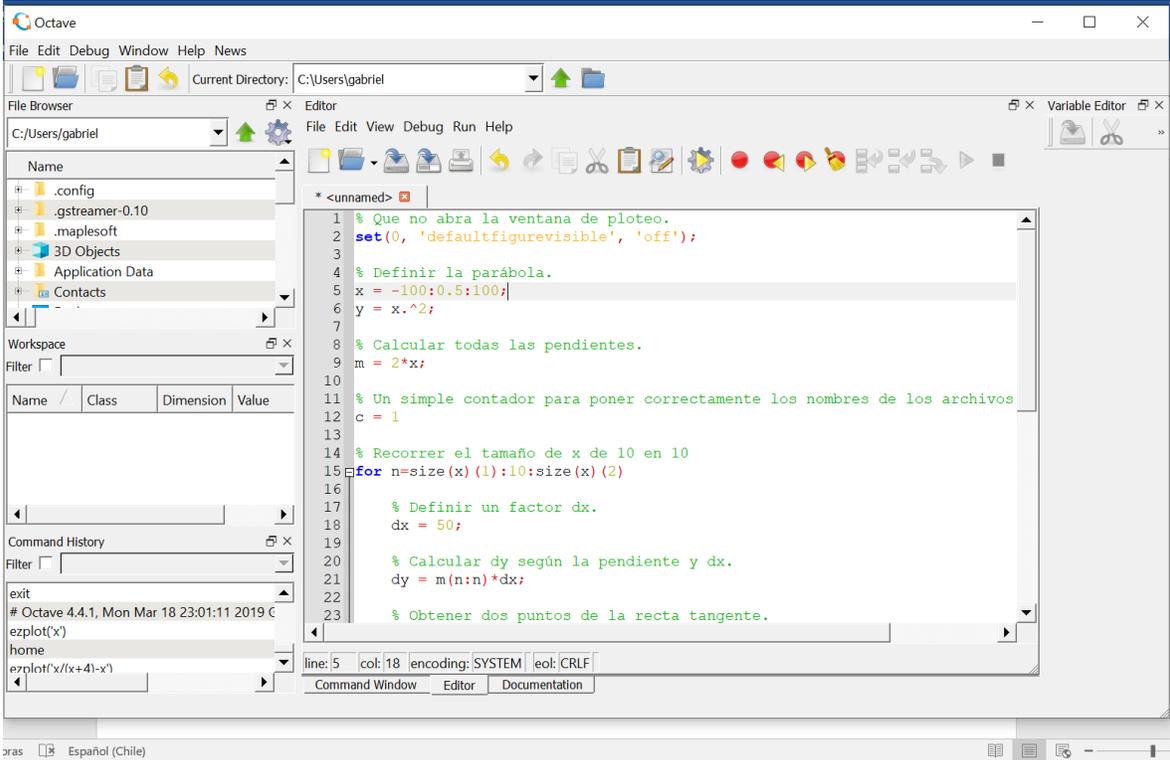


Figura 12. Gráfica de la función $f(x)$, con Octave.
Elaboración propia.

En la gráfica anterior se puede ver la asíntota vertical que corresponde a $x = -4$, sin embargo la asíntota oblicua no se puede visualizar explícitamente como una función lineal, tal como debería ser. Este tipo de asíntota en este software se obtiene aplicando conceptos de límites, que escapan del nivel de Matemática Técnica I.

El ejemplo siguiente está relacionado con la animación de funciones, en particular se muestra como animar una recta para ver la variación de la pendiente de la recta tangente a una parábola. Este proceso es engorroso y se tiene que hacer mediante un pequeño algoritmo de programación que se puede introducir en la ventana de comandos o bien escribir un *script*, el cual se ejecuta también en la ventana de comandos. Este *script* se muestra en la figura 13, creado en el editor del programa Octave. El resultado de esto es la creación de una serie de *frames*, que al hacerlos correr en secuencia muestran la animación.



```

1 % Que no abra la ventana de ploteo.
2 set(0, 'defaultfigurevisible', 'off');
3
4 % Definir la parábola.
5 x = -100:0.5:100;
6 y = x.^2;
7
8 % Calcular todas las pendientes.
9 m = 2*x;
10
11 % Un simple contador para poner correctamente los nombres de los archivos
12 c = 1;
13
14 % Recorrer el tamaño de x de 10 en 10
15 for n=size(x)(1):10:size(x)(2)
16
17     % Definir un factor dx.
18     dx = 50;
19
20     % Calcular dy según la pendiente y dx.
21     dy = m(n:n)*dx;
22
23     % Obtener dos puntos de la recta tangente.

```

Figura 13. Pequeño programa para animar la recta tangente a una curva, con Octave. Elaboración propia.

Algunos de estos *frames* creados como imágenes.png, se muestran en la figura 14, en ella están el *frame* 1 y 13, donde se aprecia el cambio de pendiente de la recta

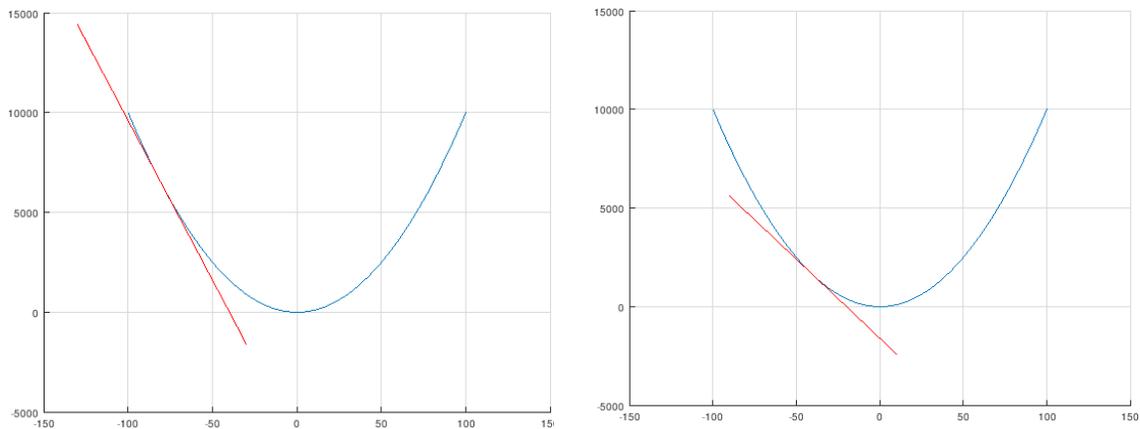


Figura 14. Frames de animación para la recta tangente a la parábola, con Octave
Elaboración propia.

Gnuplot

Este software se caracteriza por tener una alta capacidad gráfica, pero el inconveniente es que carece de menús amigables para el usuario no avanzado, el cual debe tener memorizados los comandos para realizar las gráficas. Por otro lado, la gran cualidad es la de procesar grandes cantidades de datos procedentes de actividades experimentales, graficándolos y ajustándolos a alguna función que mejor los representen, todo esto aplicando instrucciones en la línea de comando.

A continuación, como muestra en la figura 15, se procede a graficar la función

$$f(x) = \frac{x}{x+4} - x, \text{ donde se ve la serie de comandos involucrados.}$$

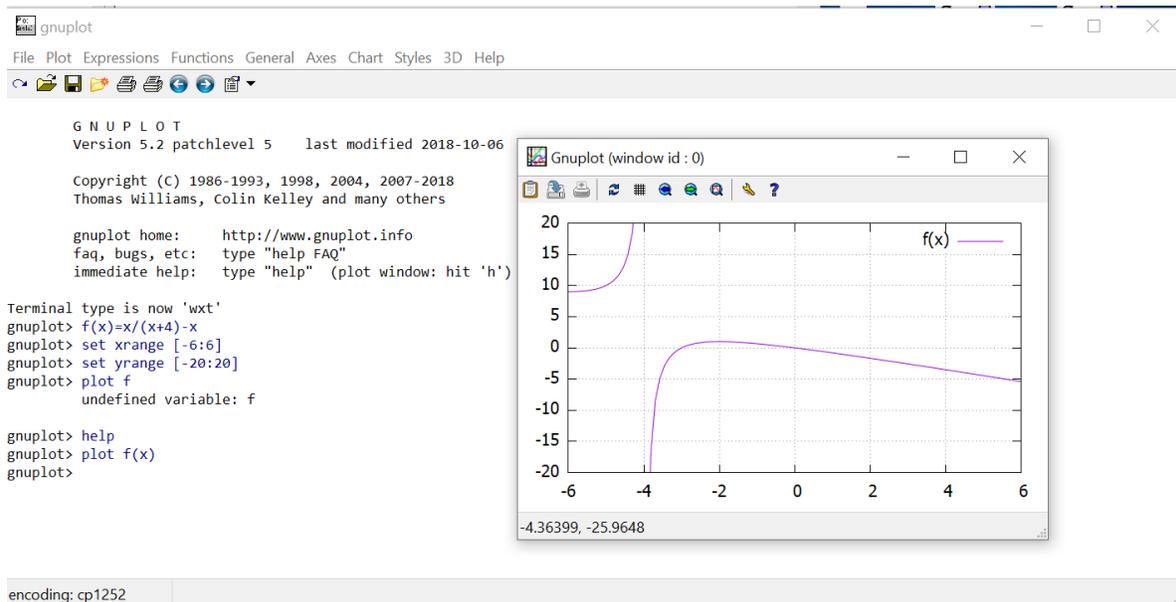


Figura 15. Gráfica de la función $f(x)$, con Gnuplot
Elaboración propia.

Es claro en la figura anterior los comandos para definir la función y ajustar la ventana del gráfico, para posteriormente dar la orden de graficar (plot).

A continuación, se realiza un ejemplo de ajuste de datos correspondiente a la ley de OHM. Estos datos corresponden al voltaje y la corriente a través de una resistencia eléctrica de carbón. Los datos están guardados en el archivo *resistencia.dat*, guardado en la carpeta *resist-dat*.

La figura 16, muestra el gráfico de los datos para tener una idea del tipo de curva que se trata; a simple vista es una recta.

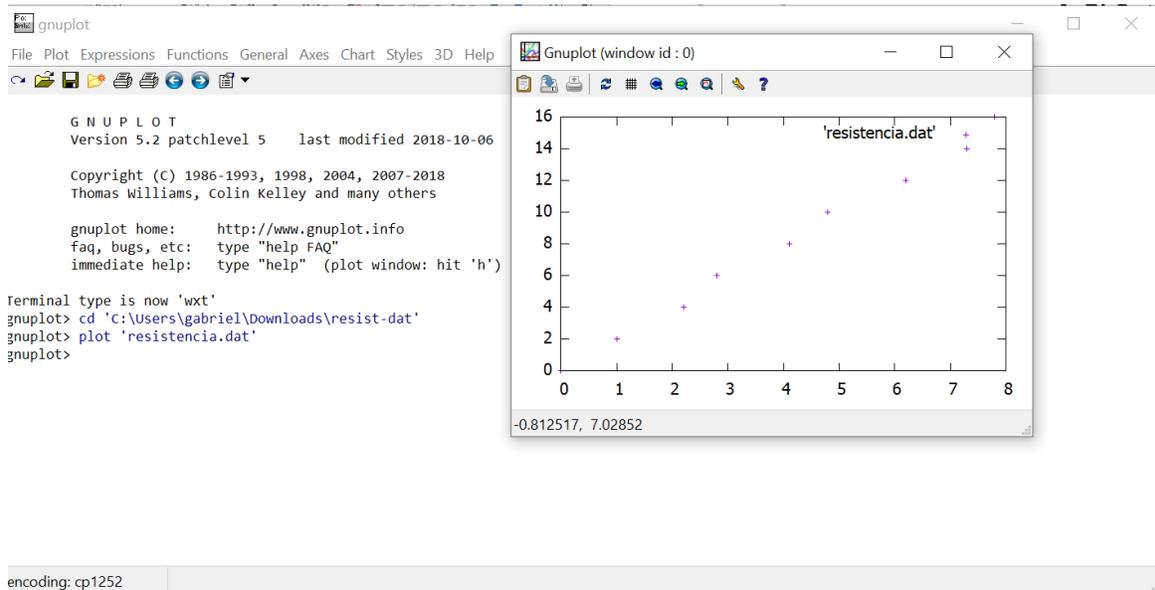


Figura 16. Grafica de los puntos del archivo resistencia.dat, con Gnuplot.
Elaboración propia.

Luego se escriben una serie de comandos para ajustar los datos a la línea recta de la forma $y = ax + b$, donde a es la pendiente (resistencia en kilo ohm) y b es el intercepto con eje y , que debería ser cero., por los datos. Lo anterior se ilustra en la figura 17. Al lado derecho de la figura se muestra el gráfico de los datos y la línea recta que se ajusta a estos datos.

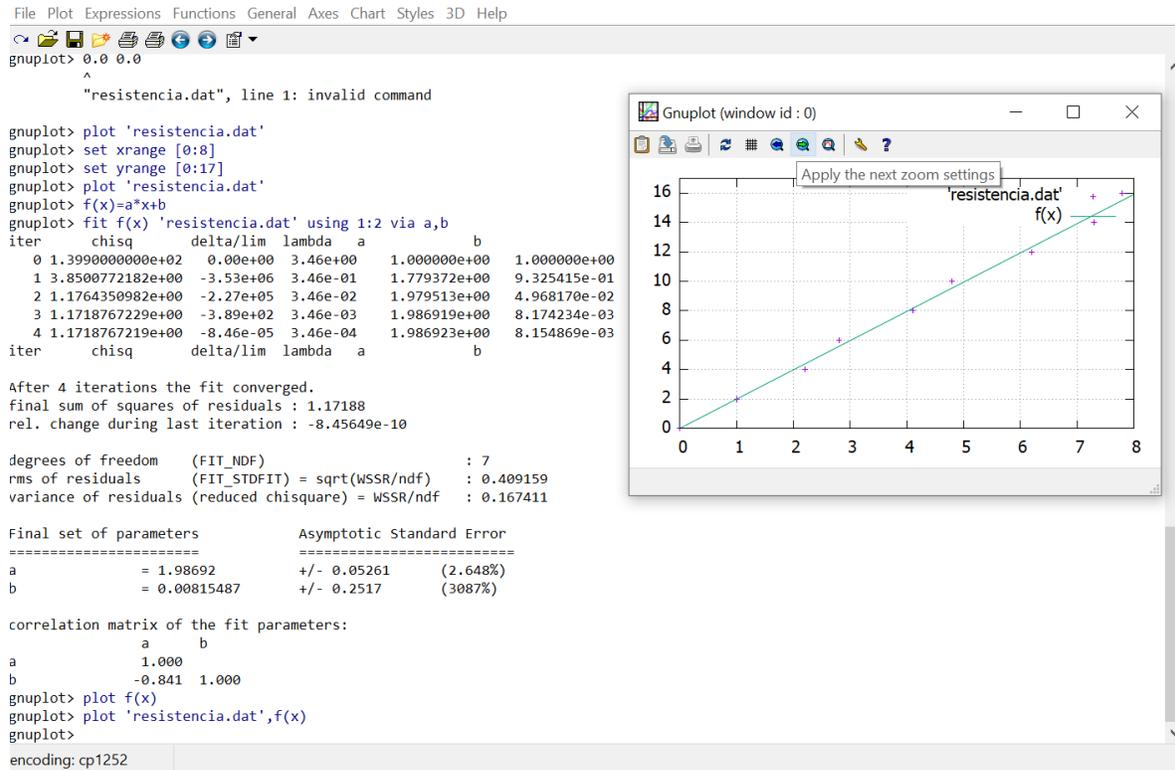


Figura 17. Ajuste de los datos y gráfico simultaneo de datos y curva de ajuste
Elaboración propia.

La figura anterior muestra el ajuste de los datos dando como resultado un valor de $a = 1.9869$ y $b = 0.00815$, pudiéndose aproximar a 2.0 y 0.0, respectivamente. Con esto la curva que ajusta los datos es $y = 2.0x$ [V], donde 2.0 es la resistencia eléctrica del elemento en [KΩ] (kilo ohm) y x corresponde a la corriente en [mA] (mili ampere) que corresponde justamente a ley de OHM, donde el voltaje es directamente proporcional al producto de la corriente con la resistencia.

A continuación, se especifican las características de Geogebra con los respectivos ejemplos relacionados a las unidades de aprendizaje del programa de asignatura Matemática Técnica I. Las actividades desarrolladas son muchas más que las de los

otros softwares, ya que este fue el elegido por sus notables diferencias con los otros, sobre todo en su dinámica que relaciona la parte algebraica con la geométrica.

Geogebra

Dentro de las características destacables de este software es su capacidad interactiva, que combina la parte geométrica con la algebraica. Fue concebido para la enseñanza de las matemáticas a nivel secundario. Esto hace de él un programa que trata la matemática de forma dinámica; los elementos geométricos son manejados en forma algebraica.

Su manejo es fácil, en contraste a su alta potencialidad de representación de funciones y análisis. Su interfaz hace que su aprendizaje sea altamente intuitivo por parte del usuario, requiriendo un mínimo de sesiones de capacitación para su uso.

La interfaz de Geogebra se muestra en la figura 18, en ella se distingue una ventana (recuadro superior izquierdo), donde se introducen las ecuaciones y se visualizan las coordenadas de los puntos; puntos de correspondientes a raíces, máximos y mínimos, asíntotas, etc. Una segunda ventana (recuadro superior derecho), se visualizan las curvas correspondientes a las ecuaciones y los respectivos puntos principales, así como también las asíntotas. En la parte inferior se aprecia un teclado de uso versátil, ingreso de funciones trigonométricas, logaritmos, raíces, letras griegas, constantes, etc.

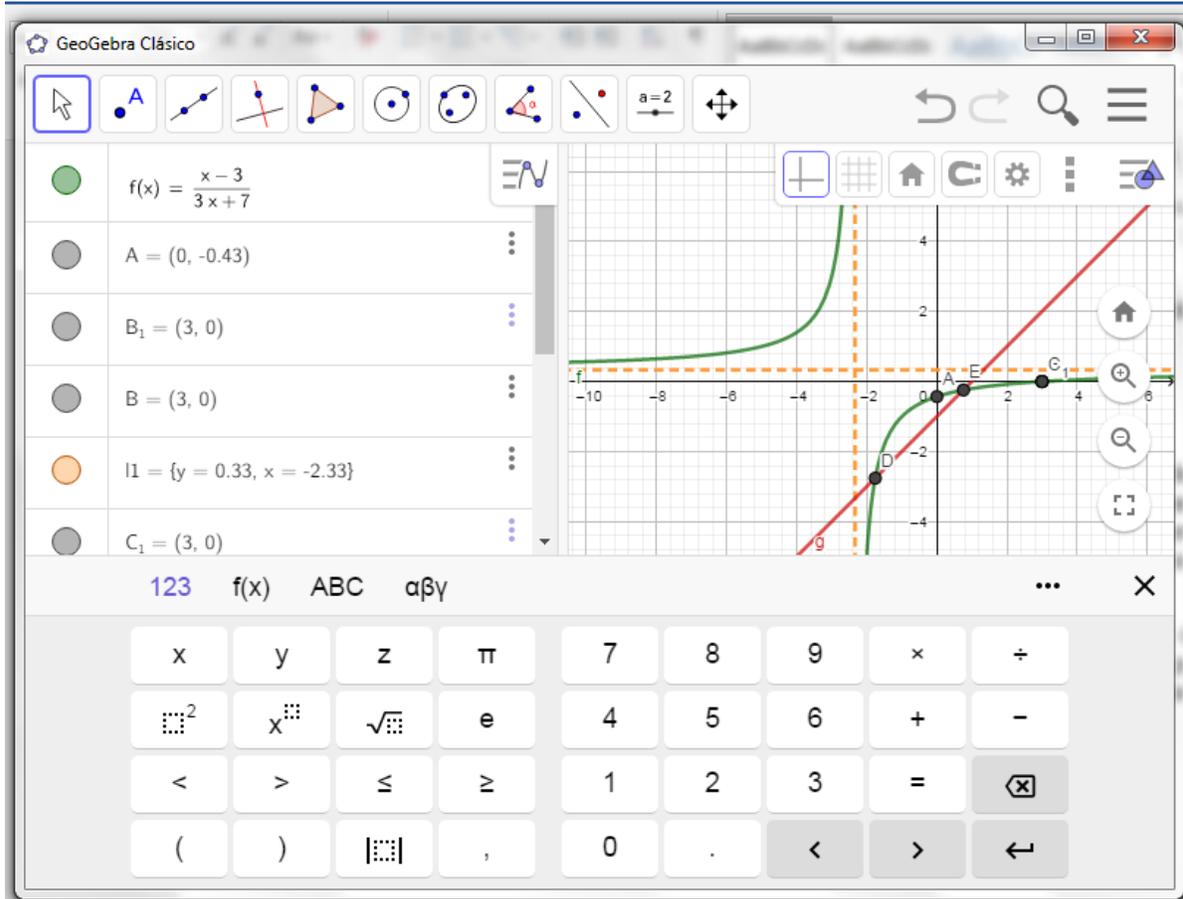


Figura 18. Interfaz de Geogebra.
Elaboración propia.

La figura 18, muestra un ejemplo de función racional $f(x) = \frac{x-3}{3x-7}$, la cual se introdujo en la venta (recuadro superior derecho) y automáticamente se visualiza en la segunda ventana. Los puntos importantes de la curva se posicionan sobre la curva automáticamente identificándose con letras mayúsculas (A, E, G).

El ejemplo anterior puede ser modificado introduciendo un parámetro en la función y variarlo en un rango y analizar el comportamiento de la curva y sus puntos importantes. En la figura 19, se muestra la introducción del parámetro “a” mediante un deslizador que tiene un rango de -5 a 5, este parámetro multiplicó a la variable x en el denominador, quedando ax . Se puede apreciar el cambio automático de la

curva, de los puntos y las asíntotas. La introducción de este tipo de parámetro permite el análisis del comportamiento de una curva, la cual puede ser el modelo de un fenómeno físico, biológico, mecánico, etc., lo cual le permite al alumno tomar ciertas decisiones.

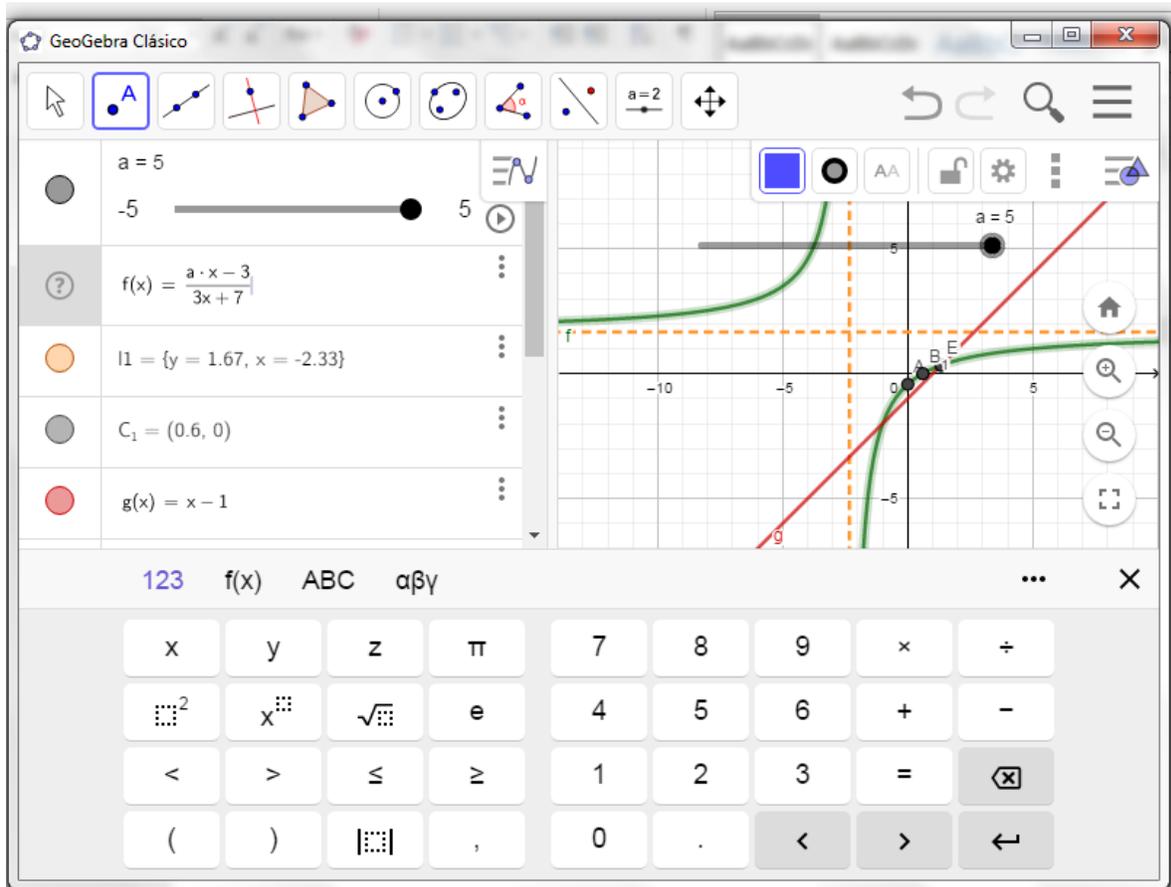


Figura 19. Interfaz Geogebra con deslizador “a”
Elaboración propia.

Al mismo ejemplo se le añadió una recta de la forma $g(x) = x - 1$, la cual se intercepta con la curva $f(x) = \frac{x-3}{3x-7}$, lo cual se muestra en la figura 20. Se puede apreciar que los puntos de intersección están señalados con las letras A y B, estos puntos se obtienen automáticamente cliqueando en el botón, seguidamente seleccionando las dos curvas, que queremos averiguar donde se interceptan. Estos puntos de intersección, son la solución de las dos ecuaciones en forma simultánea. Estas ecuaciones pueden representar, por ejemplo, un fenómeno

físico en el área de la mecánica de fluidos, donde $g(x)$ es la viscosidad de un fluido “F1” , $f(x)$ es la viscosidad de un fluido “F2” y x representa la temperatura. La solución de este problema nos da el valor de la temperatura para la cual las dos viscosidades son iguales, de tal forma que se podría usar indistintamente uno u otro fluido en alguna aplicación, ya que su comportamiento es el mismo a esa temperatura.

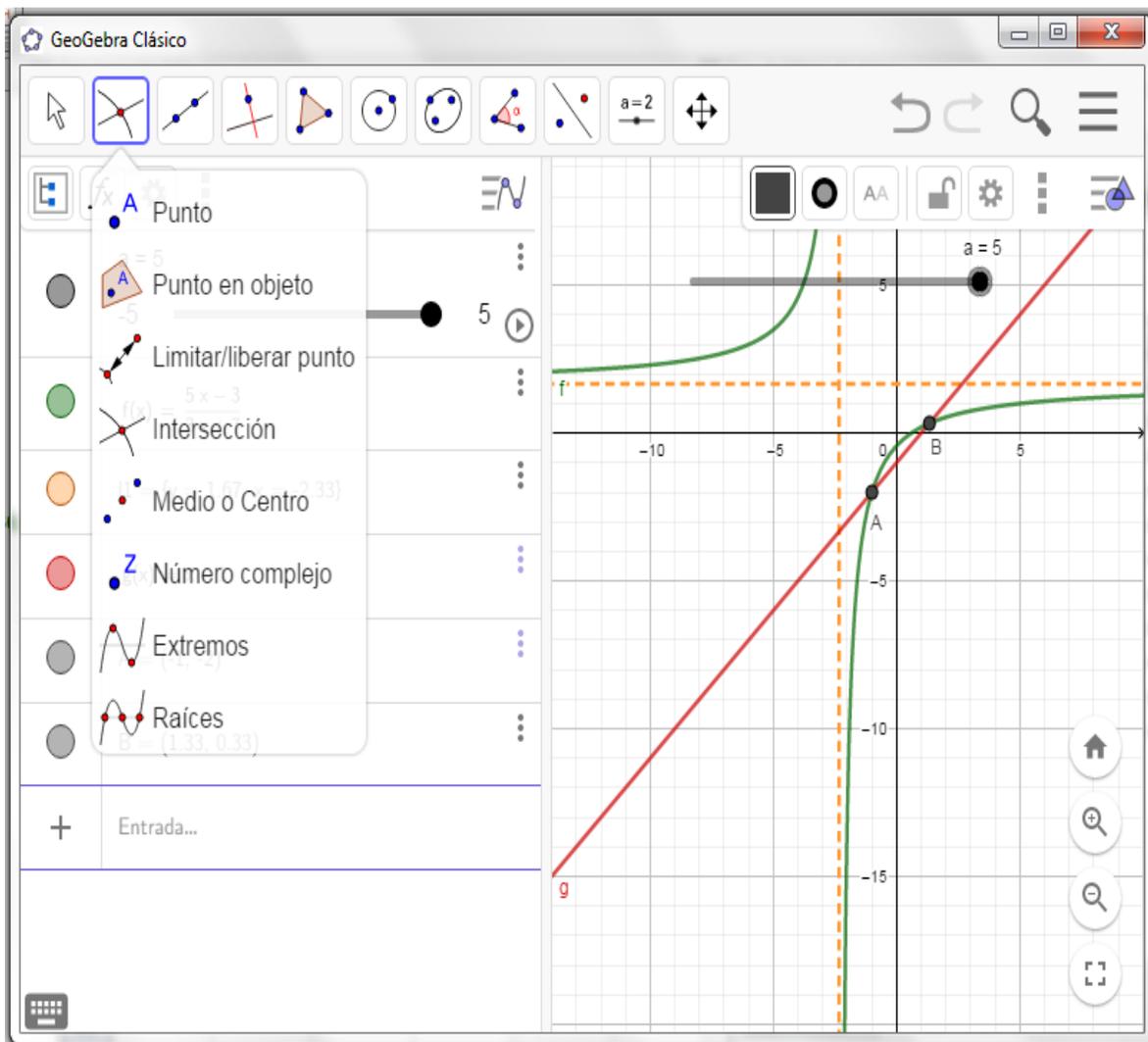


Figura 20. Interfaz Geogebra con menú desplegable para analizar puntos especiales (intersección).
Elaboración propia.

Lo expuesto anteriormente, en forma de un ejemplo sencillo, mostró las bondades del software Geogebra, el cual introduce al estudiante en un ambiente dinámico que propicia el razonamiento, el análisis y el aprendizaje autónomo, permitiendo tomar decisiones respecto al comportamiento de algún fenómeno físico, mecánico, eléctrico, etc., en cuanto a cambiar parámetros (deslizador), sin temor a cometer errores, sino que de los mismos extraer conclusiones.

El ejemplo trabajado se exportó a un archivo “curvas.html”, el cual se puede trabajar como una actividad vía página web, con cualquier navegador, sin necesidad de tener instalado el software en el computador u otro dispositivo.

A continuación, se propondrán actividades a desarrollar por los alumnos para cada unidad de aprendizaje.

Actividades unidad de aprendizaje N°1

En esta actividad se trabajará con funciones reales del tipo polinómicas, racionales y radicales, de las cuales interesa su dominio, es decir en que intervalo la función existe. También se determinará su recorrido, el cual indica el intervalo de valores que adquiere la función, de acuerdo a su dominio.

La siguiente actividad se basa en preguntas aplicadas en la primera prueba de Matemática Técnica I del año 2018.

1. En cada caso, determinar el dominio de cada función.

a) $f(x) = \sqrt{-2x} + 3$

b) $h(x) = \frac{2-x}{-x-3}$

En primera instancia se resolverá esta pregunta limitándose a lo que ella solicita como respuesta, es decir la determinación del dominio tal y como lo haría el estudiante a mano alzada.

a) Restricción $-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$, la función $f(x)$ tiene dominio $(-\infty, 0]$; este es el intervalo de los valores de x donde la función existe.

b) Restricción $-x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$, la función $h(x)$ tiene dominio $(-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$; este es el intervalo donde la función existe.

Como se aprecia la pregunta queda resuelta solamente con tener claro las restricciones correspondientes, sin llevar a cabo un análisis más profundo de lo que pasa con la función en tales intervalos de existencia.

El software Geogebra permite visualizar de forma dinámica (animación) lo que está sucediendo con la función en los intervalos de existencia, es decir permite analizar el comportamiento de la función a medida que la variable independiente x cambia. Este comportamiento se refiere a crecimiento, asíntotas, puntos de intersección con los ejes, etc., esto se muestra en la figura 21 y 22, respectivamente. La animación del comportamiento se puede visualizar en los archivos “un-1-1-a.ggb” y “un-1-1-b.ggb”, si se abre con el software Geogebra, y en los archivos “un-1-1-a.html” y “un-1-1-b.html”, si son abiertos con cualquier navegador. En ambos casos el alumno puede interactuar con el problema.

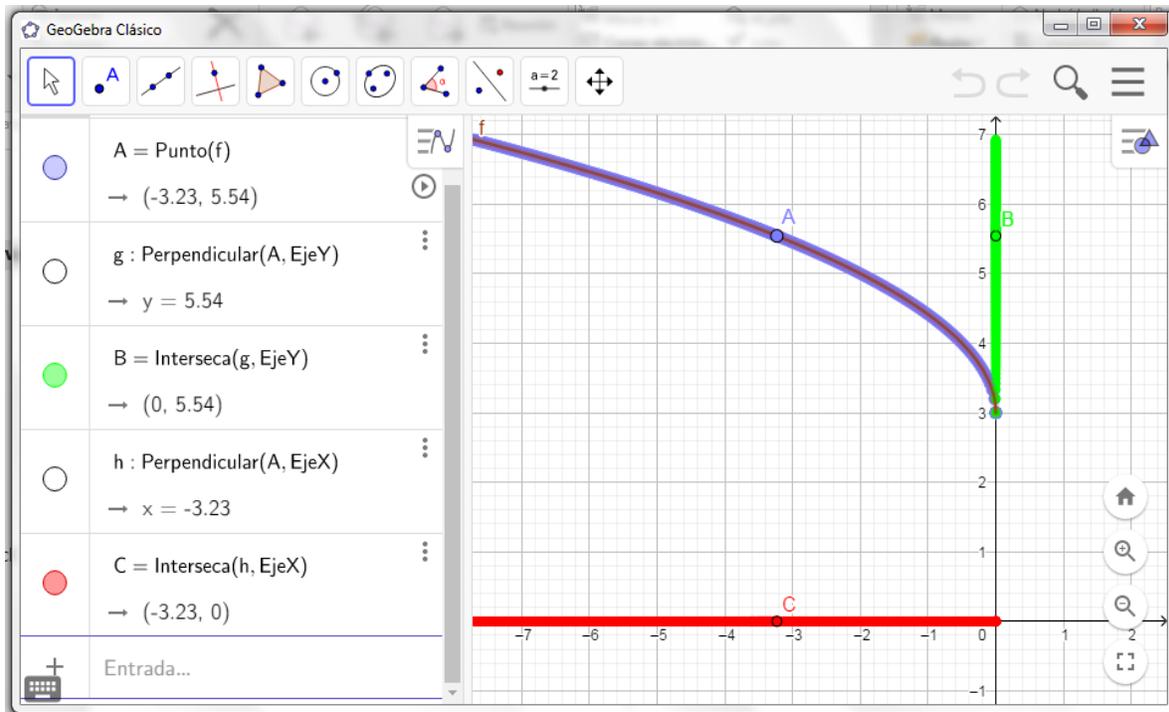


Figura 21. Visualización del ejercicio a) en Geogebra.
Elaboración propia.

En la figura 21 se soluciona dinámicamente el ejercicio a), el rastro (color rojo) que va dejando el punto dinámico “C” sobre el eje X , es el dominio de la función o valores de la variable independiente que hacen que la función exista en el conjunto de los números reales. Se ve claramente que este dominio son todos los números reales negativos incluyendo el cero. El rastro (color verde) que va dejando el punto “B” sobre el eje Y , es el recorrido o valores que asume la función, producto del dominio de la función. Se observa claramente que la función adquiere valores iguales o mayores que 3. Y el rastro de color lila que va dejando el punto “A” es la forma de la función, donde los puntos sobre ella son de la forma (x, y) , donde x pertenece al dominio e y pertenece al recorrido de la función.

La figura 22 permite hacer un análisis más exhaustivo de la función, que meramente determinar el dominio. Este análisis entrega la visualización de las asíntotas (líneas verdes segmentadas) que indican que la función crece indefinidamente, comportamiento que no se puede ver con solo determinar el dominio. Esto se va visualizando dinámicamente a medida que el punto “A” va dejando el rastro color lila, al mismo tiempo se muestra el rastro del punto “B” (color rojo) que permite

visualizar el recorrido de la función, que son los valores de ella para todo el dominio; tal dominio se muestra a través del rastro que deja el punto “C” (color verde).

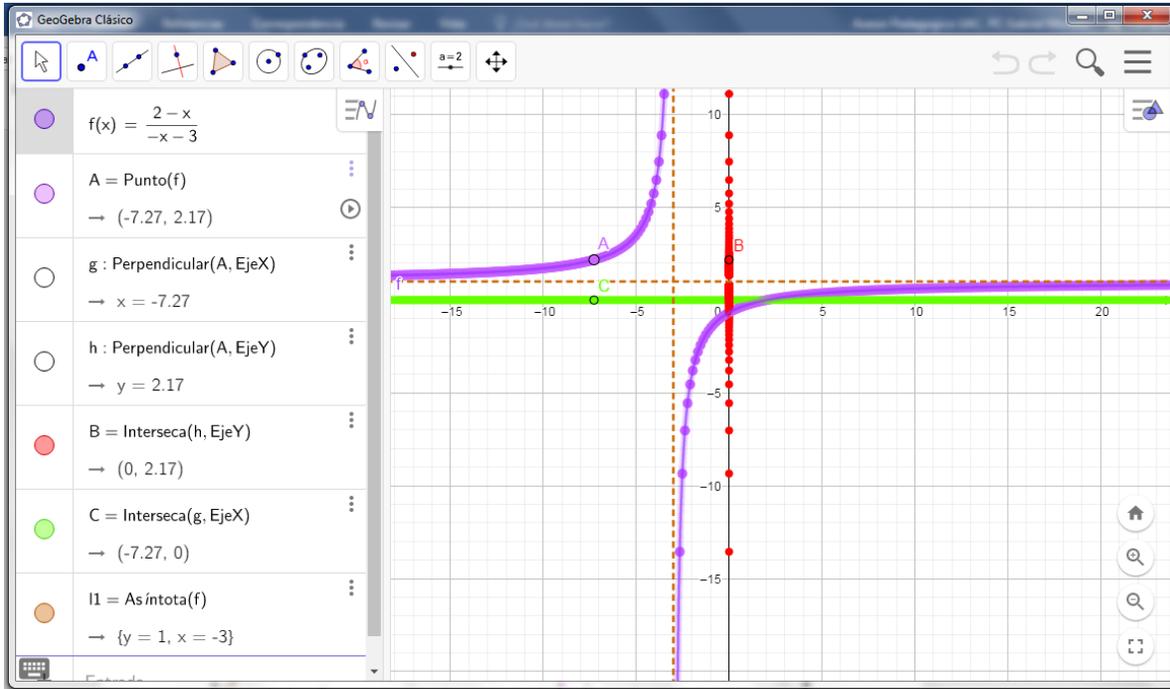


Figura 22. Visualización ejercicio b) en Geogebra.
Elaboración propia.

La siguiente actividad corresponde a la segunda pregunta de la primera prueba (unidad de aprendizaje N°1) de Matemática Técnica I del año 2018.

2. Dada la función cuadrática $f(x) = -x^2 - x + 6$, determinar vértice, intercepto con los ejes coordenados, eje de simetría y graficar la función.

La solución a este problema es haciendo uso de la ecuación general de la parábola, que tiene la forma $f(x) = Ax^2 + Bx + C$. Comparando esta función con la entregada por el problema se tiene: $A = -1, B = -1$ y $C = 6$. Luego, utilizando las relaciones que permiten calcular la coordenadas del vértice $V = (x_v, y_v)$, tenemos: $x_v = -\frac{B}{2A}$

y $y_v = C - \frac{B^2}{4A}$. Reemplazando los valores de A , B y C , se tiene para el vértice de la parábola las coordenadas: $V = \left(-\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right) = (-0.5, 6.25)$, por lo tanto el eje de simetría es $x = -\frac{1}{2}$. El intercepto con el eje y se obtiene haciendo $x = 0$ en la función $f(x)$ del problema, con lo cual da $y = 6$; para determinar el intercepto con el eje x se hace $f(x) = 0$, con lo cual queda $-x^2 - x + 6 = 0$, cuya solución entrega dos valores, los cuales corresponden a los interceptos con el eje x , estos valores son: $x_1 = -3$ y $x_2 = 2$. Con los resultados anteriores el estudiante procede a construir el gráfico de la función, a mano alzada, el cual tendría el aspecto mostrado en la figura 23.

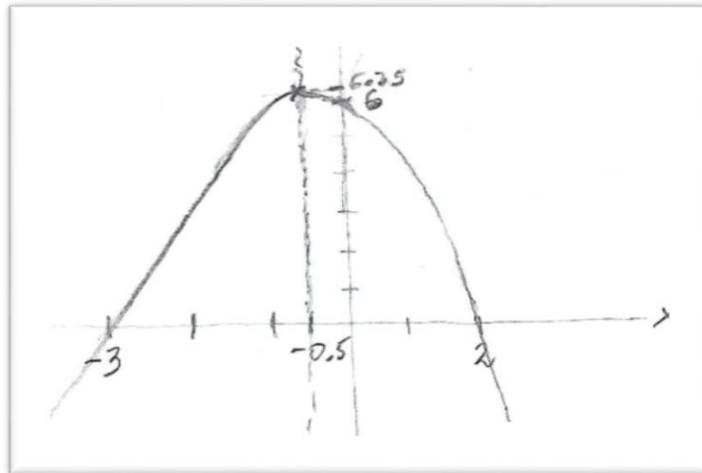


Figura 23. Gráfico de la función $f(x)$ a mano alzada
Elaboración propia.

La figura 23 muestra el gráfico de la función $f(x)$ tal como quedaría realizándolo a mano alzada. Se puede apreciar una figura estática que no permite un mayor análisis de la función, como por ejemplo que sucede con el comportamiento de la función (vértice, simetría, interceptos), si se cambian los valores de los parámetros A , B y C . Esto es posible hacerlo con el uso del software matemático dinámico, que en nuestro caso es Geogebra. La figura 24 muestra la construcción del gráfico con el software Geogebra. Solamente se visualizan los puntos importantes, que se generan automáticamente.

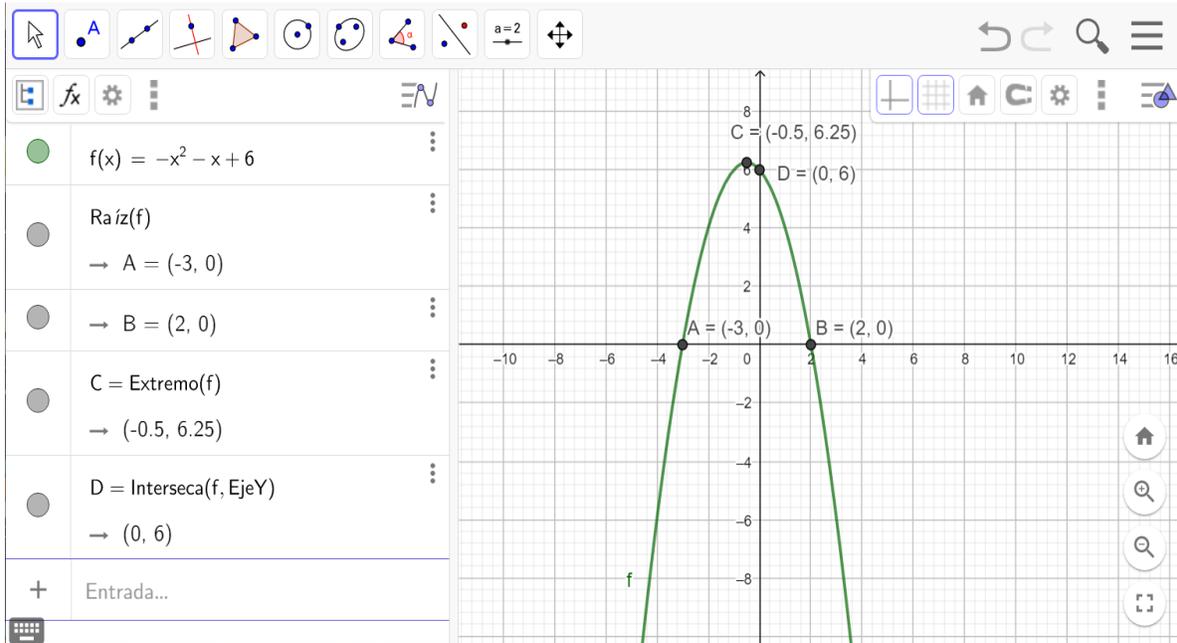


Figura 24. Gráfica de la función $f(x)$ con Geogebra, conteniendo los puntos especiales. Elaboración propia.

Para tener la visión del comportamiento de la función, anteriormente estudiada, se reescribe la función $f(x)$, con los coeficientes A , B y C variables mediante la inserción de deslizadores de la forma, tal como muestra la figura 25:

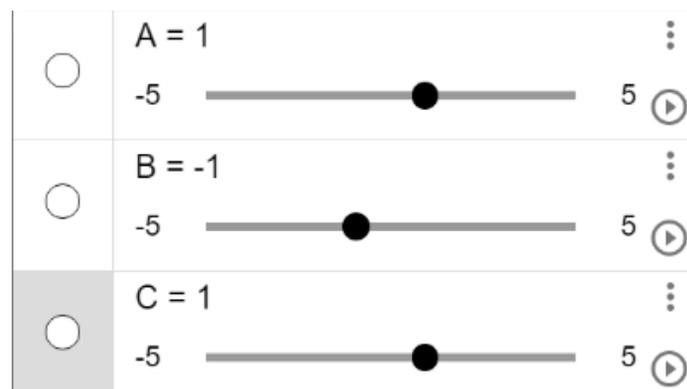


Figura 25. Deslizadores para los coeficientes A , B y C , asumen valores en el rango -5 a +5. Elaboración propia.

Estos deslizadores permiten mantener fijos algunos parámetros y variar otros, de esta manera se va observando que sucede con, en este caso, las coordenadas del vértice, el eje de simetría y los interceptos con los ejes x e y , en forma dinámica, lo que podría ser interesante para un análisis más profundo, en caso que la función representará un fenómeno físico, por ejemplo la distribución de temperatura en la superficie de un cuerpo.

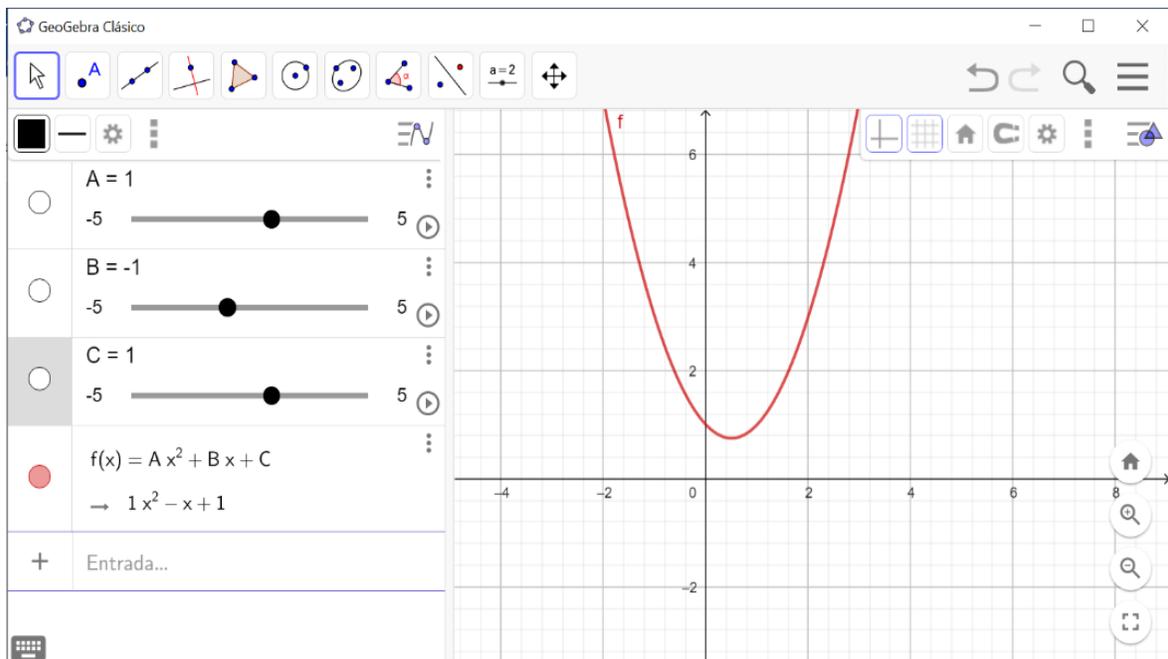


Figura 26. Uso de deslizadores para los coeficientes A , B y C , de la función en estudio.
Elaboración propia.

En la figura 27, se muestra el comportamiento de la función haciendo uso de los deslizadores A , B y C , definidos en los rangos de -5 a 5. En ella se puede apreciar que los coeficientes cambiaron y la función se invirtió (su concavidad), incluso se puede advertir que a medida que el parámetro A se acerca cero, la función se aproxima a una recta, tal y como lo muestra la figura 11. El archivo correspondiente a esta actividad es “un-1-2.ggb”

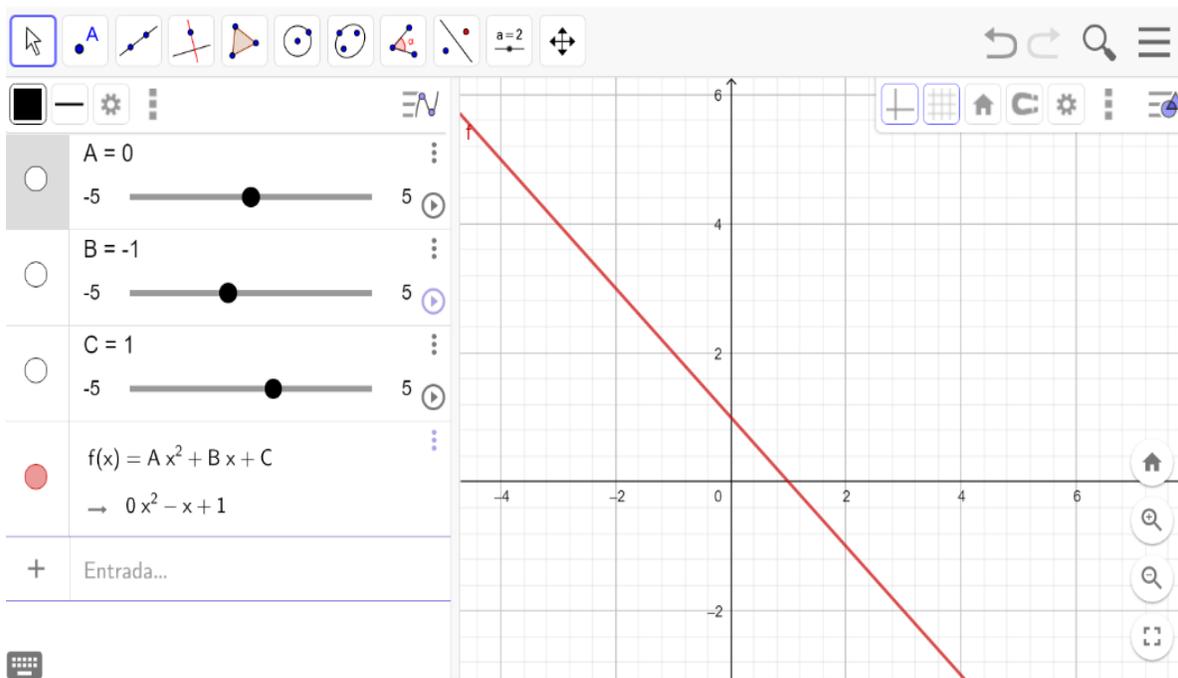


Figura 27. Transformación de la función $f(x)$ cuando el parámetro A toma el valor 0.
Elaboración propia.

Haciendo correr el deslizador A en la figura 28, se aprecia la evolución de la función $f(x)$, desde una parábola con concavidad positiva, a una recta y luego a una parábola con concavidad negativa, y sus correspondientes cambios en las coordenadas del vértice, interceptos con los ejes y cambio en el eje de simetría.

Haciendo variar en coeficiente C , desde -5 a $+5$, se aprecia que a medida que este se acerca al valor $-\frac{1}{4}$, y es menor a él, las raíces o interceptos con el eje x no existen, lo cual indica que estos valores no están en el conjunto de los números reales. Esto se visualiza en la figura 19.

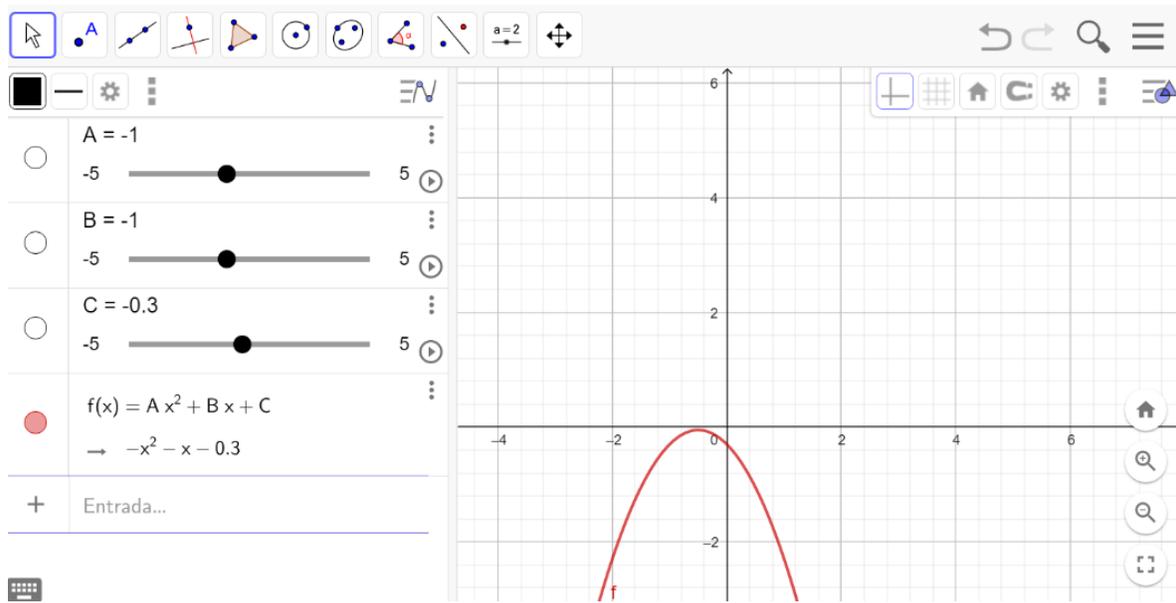


Figura 28. Variación del parámetro C (deslizador) e inexistencia de los interceptos con el eje X.
Elaboración propia.

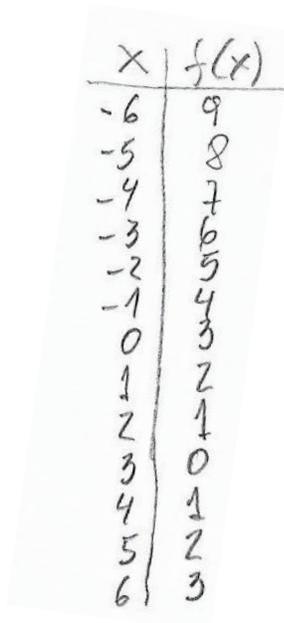
La siguiente actividad corresponde a la tercera pregunta realizada en la primera prueba de Matemática Técnica el año 2018.

3. Graficar la siguiente función determinando su dominio y tabla de valores.

$$f(x) = |x - 3|$$

El estudiante, para dar solución a lo que se pide, solo tendrá que saber la definición de valor absoluto; el valor absoluto de cualquier número, positivo o negativo, o cero, es siempre positivo y cero, respectivamente. En el caso del ejercicio planteado, para cualquier valor de x real, la función $f(x) \geq 0$. Por lo tanto, el dominio son todos los números reales. Para construir la tabla de valores solo tendrá que asignarle valores a x y reemplazar en la función. La tabla construida a mano alzada quedaría de la forma mostrada en la figura 29. Como se puede apreciar esta presenta un aspecto muy poco pulcro, lo que evidencia que, pedir construir una tabla de valores dada la

función, a mano no se justifica, pues existen herramientas para llevar a cabo esta tarea. Como contraste la figura 30 muestra cómo sería construcción de esta tabla y la determinación del dominio de la función, esto último de forma similar a la segunda actividad desarrollada.



A handwritten table showing the values of the function $f(x) = |x-3|$ for integer values of x from -6 to 6. The table is written on a piece of paper and has a vertical line separating the input x from the output $f(x)$.

x	$f(x)$
-6	9
-5	8
-4	7
-3	6
-2	5
-1	4
0	3
1	2
2	1
3	0
4	1
5	2
6	3

Figura 29. Tabla de valores a mano alzada, para la función $f(x)=|x-3|$.
Elaboración propia.

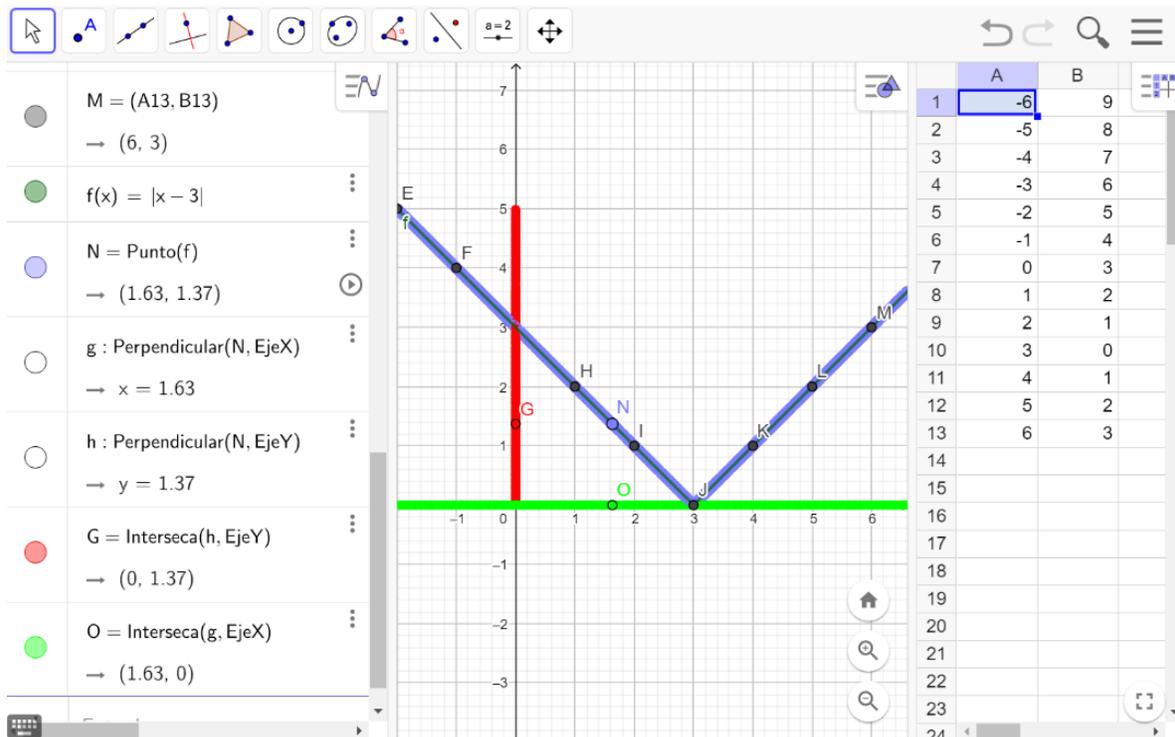


Figura 30. Dominio de la función $f(x)=|x-3|$ y su correspondiente tabla de valores.
Elaboración propia.

Un uso más didáctico de la tabla de valores, puede consistir en entregar los valores tabulados de un experimento y que el estudiante grafique dichos puntos para darse una idea de cómo es la relación de la variable independiente con la variable dependiente. Seguido de lo cual se le pide que encuentre la relación funcional entre las dos variables. Por ejemplo, consideremos la siguiente tabla 22 correspondiente a la medición de la resistencia eléctrica de un dispositivo en función de la temperatura.

Tabla 22.
Valores de resistencia en función de la temperatura.

$T[^\circ\text{C}]$	$R[\text{K}\Omega]$
43	46.9
50	36.2
60	25.4
70	17.5
80	12.5
90	9.2
100	6.8
110	5.1
120	3.9
130	2.9
140	2.3
150	1.8
160	1.4
170	1.2
180	0.99

Elaboración propia.

Estos valores fueron introducidos en Geogebra, en la vista hoja de cálculo. Seguidamente se creó una lista de puntos y se eligió el modelo de regresión más apropiado, de acuerdo al grafico preliminar de los puntos. En la figura 31 se muestra el resultado del cálculo de regresión. Luego se fue probando los distintos modelos disponibles y el que mejor que se ajustó a los datos fue el logístico, el cual adoptó la forma:

$$R = -\frac{115.32}{1-1.01e^{0.03T}} [\text{K}\Omega] \quad [2]$$

Donde T es la temperatura en grados Celsius y R es la resistencia eléctrica en kilo ohm. También se puede pedir cual es la resistencia eléctrica a una temperatura que no está en la tabla, esto es interpolar. Por ejemplo, ¿cuál es la resistencia eléctrica del dispositivo para una temperatura $T = 55[^\circ\text{C}]$?. Para hallar el valor de la resistencia a esta temperatura, se evalúa la ecuación [2] dando como resultado una resistencia eléctrica aproximada $R = 29.85[\text{K}\Omega]$. Como se aprecia, el uso de una

tabla de datos de esta manera, es más didáctico y se introduce el concepto de modelo de un fenómeno.

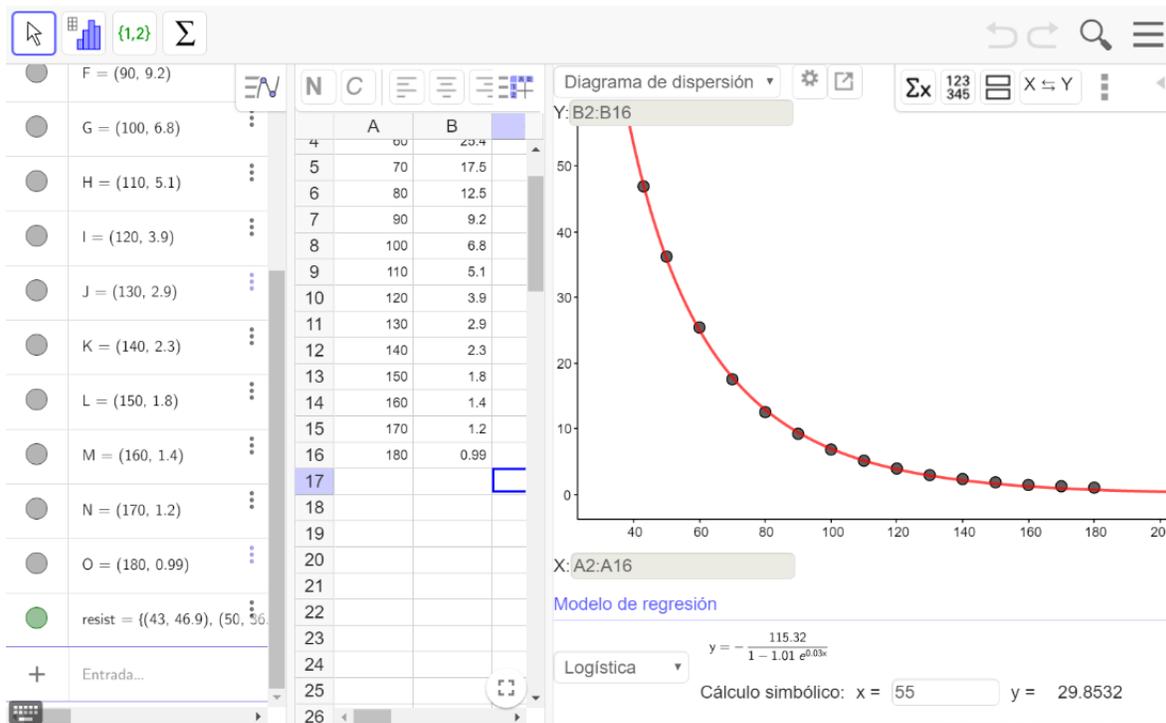


Figura 31. Ajuste de una tabla de datos, de un dispositivo eléctrico, a un modelo de regresión o ajuste.
Elaboración propia

En la figura 31 se puede apreciar la tabla de datos, los puntos graficados en color negro y la correspondiente curva (color rojo) que corresponde al modelo de ajuste de los datos. También se puede ver el modelo, que se indica con la letra y, que corresponde a la resistencia eléctrica. En la casilla donde se lee cálculo simbólico, se introduce el valor de x, que corresponde a la temperatura, obteniéndose el valor de la resistencia automáticamente.

Actividades unidad de aprendizaje N°2

Las actividades desarrolladas a continuación están basadas en problemas asignados en la prueba número dos de Matemática Técnica I. Página | 98

1. Graficar las siguientes funciones y determinar su dominio.

a) $f(x) = \ln(2x - 5)$

b) $f(x) = \log_3(3x + 6)$

El estudiante enfrentado al ejercicio a) tiene que encontrar la restricción para la variable x , para determinar el dominio. Ya que la función es logarítmica, se debe cumplir que el argumento sea positivo, es decir $2x - 5 > 0$. Resolviendo esta inecuación se encuentra que $x > \frac{5}{2}$ o escrito de otra forma $x > 2.5$, con lo cual para todo valor menor que este, para x , el argumento del logaritmo es negativo, haciendo que la función logarítmica se indefina, y si $x = 2.5$ la función tiende a un valor muy grande negativo, o escrito en forma matemática $-\infty$. Para que el estudiante grafique tal función es necesario construir una tabla de datos, tal como en la actividad 3. Tiene que darle valores a la variable x , teniendo cuidado de no asignarle valores menores o iguales a 2.5, la tabla a mano alzada que tendría que realizar el estudiante se muestra en la figura 32.

x	$f(x)$
6	1.95
5	1.61
4	1.10
3	0
2.8	-0.51
2.6	-1.61
2.55	-2.30
2.5	$-\infty$

Figura 32. Tabla a mano alzada de la función $\ln(2x-5)$
Elaboración propia.

Seguidamente, el estudiante procede a construir el gráfico considerando los valores tabulados mostrados en la figura 32 y planteando una escala en cada eje. Este gráfico a mano alzada se muestra en la figura 33.

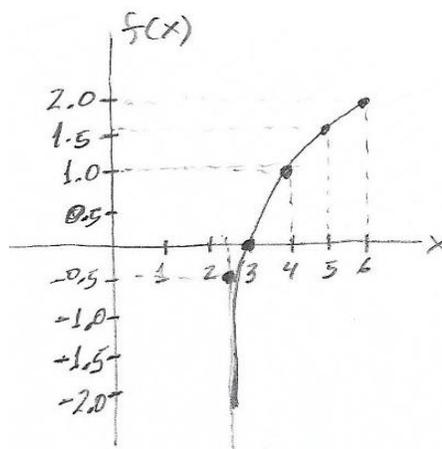


Figura 33. Gráfico a mano alzada de la función $\ln(2x-5)$.
Elaboración propia

Observando la tabla de valores y gráfico de la función $\ln(2x - 5)$, se aprecia en primera instancia la limitada pulcritud, así como también la dificultad de exactitud en la eventualidad que se pida hacer un análisis de tendencia de la función. Además, son de carácter estático, sin posibilidad de ir cambiando las variables y ver en forma instantánea el comportamiento.

Una manera de poder hacer un análisis más didáctico de un gráfico es usar un software de matemática dinámica, tal como Geogebra, que hemos estado ejemplificando a lo largo de las actividades. En la figura 34, se visualiza la función $\ln(2x - 5)$ en la cual se distinguen el punto A, que corresponde al valor $x = 3$, donde la función se anula. Además se señala la asíntota, en color café, que corresponde al valor 2.5, donde la función crece indefinidamente hacia los negativos.

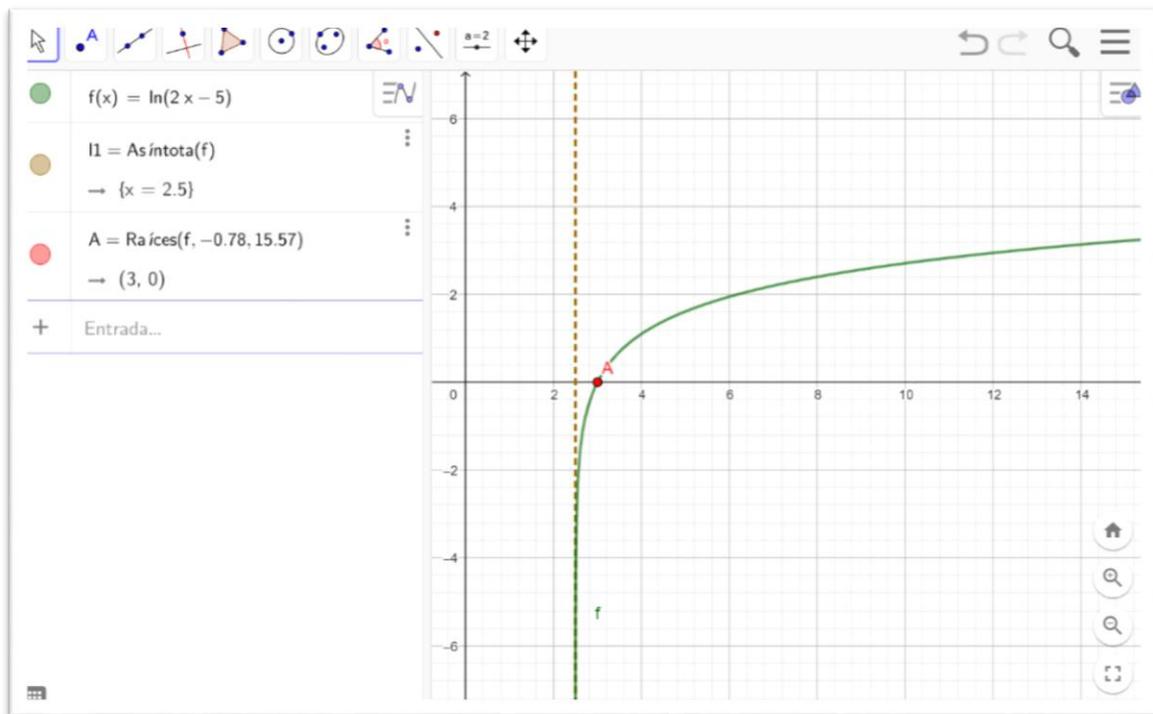


Figura 34. Gráfica de la función $\ln(2x-5)$ en Geogebra
Elaboración propia.

A continuación, se desarrolla el ejercicio b) donde el estudiante tiene que trabajar con una función logarítmica de base distinta a la 10 y la natural. Pero para efecto de determinar el dominio solo interesa analizar el argumento $3x + 6 > 0$, lo cual entrega la restricción de la variable x , esto es el intervalo de validez de la variable. Resolviendo esta restricción, se cumple que $x > -2$. Por lo tanto, la variable x no puede tomar valores menores que -2 , porque la función se indefine. También no puede tomar el valor -2 , porque la función crece indefinidamente hacia valores negativos, es decir tiende a $-\infty$. Al igual que en el ejercicio anterior el estudiante debe construir una tabla de datos, teniendo en cuenta todas las restricciones sobre la variable x . Antes de construir la tabla el estudiante debe cambiar la base del logaritmo a una base conocida, como por ejemplo la 10. Este cambio de base se efectúa de la siguiente manera:

$$\log_3(3x + 6) = \frac{\log(3x+6)}{\log 3} \quad [3]$$

Donde el logaritmo base 3 se calcula con el logaritmo en base 10, que toda calculadora científica común tiene, y es la que los alumnos ocupan en el curso que estamos analizando.

Utilizando la expresión [3], el estudiante construye la tabla de valores a mano alzada, la cual se muestra en la figura 35.

X	f(x)
6	2.9
5	2.8
4	2.6
3	2.5
2	2.3
1	2.0
0	1.6
-1	1.0
-1.5	0.37
-1.6	+0.166
-1.8	-0.47
-2.0	-∞

Figura 35. Tabla a mano alzada de la función $\log_3(3x+6)$
Elaboración propia.

Con esta tabla de valores se procede a construir la gráfica de la función, la cual se muestra en la figura 36, también a mano alzada, que es lo que el estudiante hace en este tipo de pruebas de matemáticas técnicas.

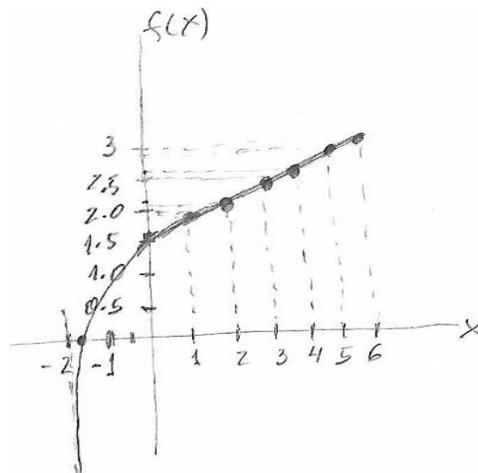


Figura 36. Gráfica a mano alzada de la función $\log_3(3x+6)$.
Elaboración propia.

Nuevamente queda de manifiesto, al observar la tabla y la gráfica a mano alzada, la poca pulcritud y exactitud en ello, impidiendo un análisis más didáctico del ejercicio, como por ejemplo ir viendo dinámicamente que le sucede a la función a

medida que la variable x se acerca al valor -2 , lo cual no se puede ver en una situación estática como la que realizan los alumnos con este tipo de ejercicios. Esta dinámica de comportamiento se puede visualizar fácilmente con la ayuda de un software matemático dinámico, que es el caso de Geogebra, el cual hemos estado utilizando a lo largo del trabajo investigativo. Esta dinámica se puede ver en la figura 37, donde se aprecia claramente la asíntota vertical (color café) igual -2 . También se aprecia que el dominio es el rango $x > -2$, es decir son todos los valores reales mayores que -2 , donde la función existe. Y el recorrido, o valores que toma la función, se aprecia claramente, y corresponde a todos los números reales.

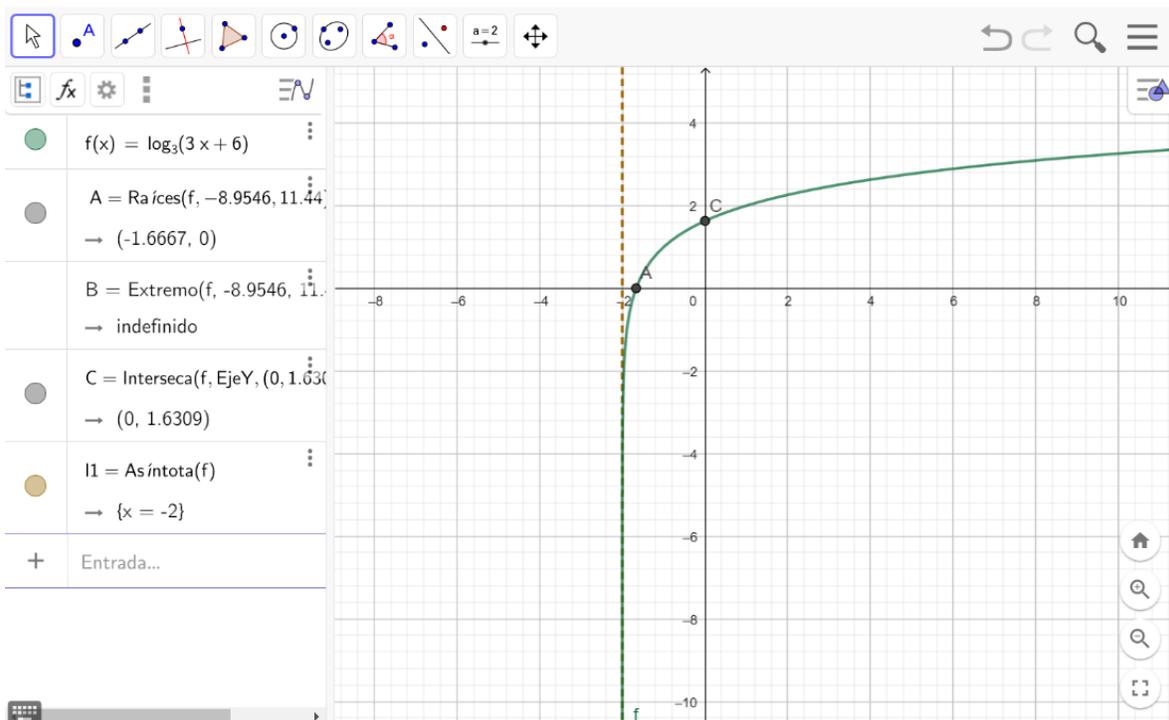


Figura 37. Grafica de la función $\log_3(3x+6)$, mediante Geogebra
Elaboración propia.

2. Resolver la ecuación logarítmica y comprobar las soluciones.

$$\log_3(x + 3) + \log_3(x - 2) = \log_3(3x + 4)$$

El estudiante debe resolver este ejercicio utilizando las propiedades de los logaritmos. El lado derecho de la ecuación se reduce a un solo término, usando la propiedad de suma de logaritmos de igual base, quedando de la forma:

$$\log_3[(x + 3)(x - 2)] = \log_3(3x + 4)$$

Luego, se aplica la propiedad de igualdad de logaritmos, quedando de la forma:

$$(x + 3)(x - 2) = 3x + 4$$

Realizando el producto de los binomios y ordenando se tiene:

$$x^2 - 2x - 6 = 0$$

Esta es una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son, en base a la fórmula conocida para encontrar las raíces de este tipo de ecuación:

$$x_1 = \sqrt{11} + 1 \approx 4.32$$

$$x_2 = -\sqrt{11} + 1 \approx -2.32$$

Al comprobar las soluciones se encuentra que solamente x_1 es solución de la ecuación, ya que x_2 produce un número negativo en $x - 2$ y en $3x + 4$, y el logaritmo de un número negativo está indefinido, por eso no es solución de la ecuación.

En vista de lo anterior, para resolver el ejercicio propuesto, el estudiante hizo uso de fórmula de cambio de base de logaritmos, propiedades de los logaritmos y resolución de una ecuación de segundo orden. Si bien este ejercicio sirve para evaluar la capacidad algebraica del estudiante, aplicando ciertas propiedades y

fórmulas, este tipo de ecuación logarítmica no aparece en las otras asignaturas del programa de estudio, con lo cual se pierde contextualización, lo cual se está pidiendo a los profesores.

Una manera alternativa sería graficar la función igualada a cero, es decir $\log_3(x + 3) + \log_3(x - 2) - \log_3(3x + 4) = 0$, esta grafica la podemos obtener haciendo uso de Geogebra, la cual se muestra en la figura 38.

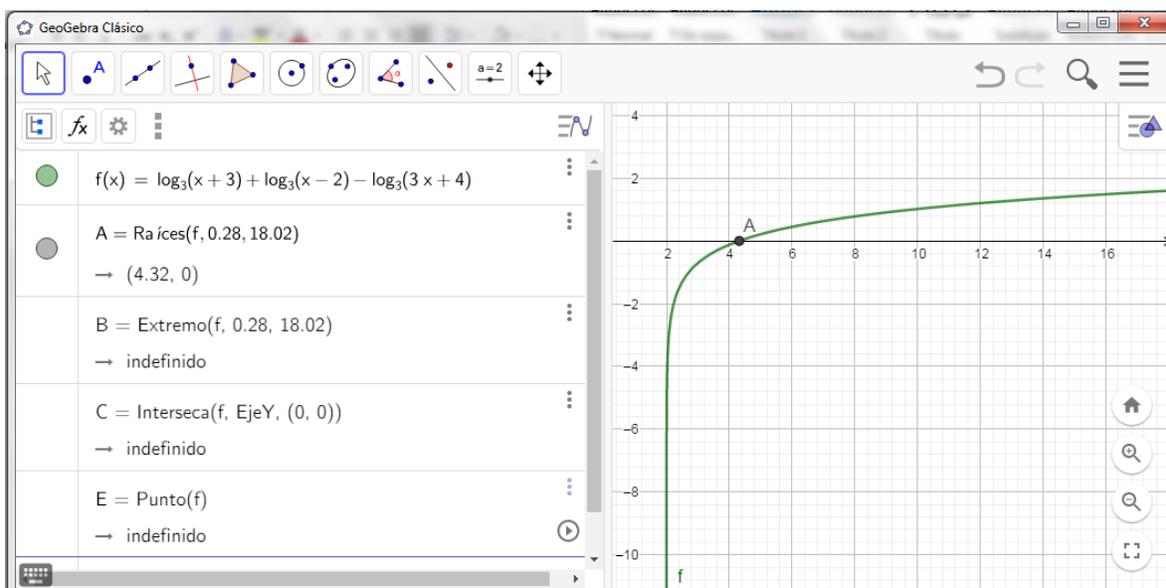


Figura 38. Grafica de la función $\log_3(x + 3) + \log_3(x - 2) = \log_3(3x + 4)$.
Elaboración propia.

En la figura 38, se ve fácilmente que la solución de la ecuación logarítmica o raíces es solo una, tal como lo señala el punto A, que corresponde al valor aproximado 4.32, lo que indica que la solución algebraica es engañosa, pues entrega dos valores de raíces. Además se aprecia que la función crece indefinidamente hacia los números negativos a medida que x se acerca al valor 2, desde la derecha, es decir que el dominio es $x > 2$.

Unidad de aprendizaje N°3

Nuevamente en ésta unidad de aprendizaje se utilizarán los ejercicios de la tercera prueba de Matemática Técnica I año 2018. De los contenidos de esta unidad se eligió el correspondiente a vectores, pues es una herramienta que es de utilidad práctica en asignaturas tales como: cinemática, electricidad, resistencia de materiales, etc. Los otros contenidos ya fueron tratados anteriormente.

1. Dados los vectores: $\vec{u} = -\frac{5}{2}\hat{i} - \frac{3}{4}\hat{j}$ y $\vec{v} = -5\hat{i} + 3\hat{j}$

- a) Represente gráficamente ambos vectores en el mismo plano
- b) Aplicando producto escalar, determinar el ángulo comprendido entre los vectores \vec{u} y \vec{v} .

a) El estudiante para responder esta expresa cada vector como un par ordenado y luego lo posiciona en el plano cartesiano. Este trabajo es el siguiente:

$$\vec{u} = \left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{4}\right) \quad \vec{v} = (-5, 3)$$

La representación a mano alzada por parte del estudiante sería, mostrada en la figura 39.

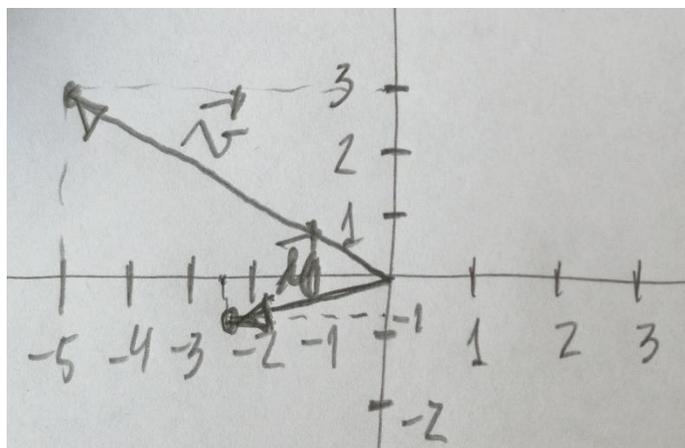


Figura 39. Representación de los vectores \vec{u} y \vec{v} , a mano alzada.
Elaboración propia.

En la figura 39, se pueden apreciar los vectores dibujados a mano alzada, si bien dan la información de las coordenadas que abarcan, esto no debería hacerse de esta manera ya que el trabajo con vectores requiere una exactitud y pulcritud máxima posible, ya que ellos se usan para representar magnitudes físicas, por ejemplo, velocidad utilizada en cursos de cinemática para navegantes, tanto oficiales como gente de mar.

Estos objetos matemáticos (vectores) son utilizados por los estudiantes en cursos posteriores de Física, en el tratamiento de fuerzas aplicadas a objetos, y calculando la fuerza total, expresándola con su magnitud y dirección, con lo cual requiere una visualización muy clara de lo que está sucediendo.

La construcción y representación de los vectores anteriores, en forma dinámica se presenta en la figura 40, utilizando el software Geogebra. Con esta construcción se puede obtener la magnitud y dirección exacta de la resultante de la suma de dos o más vectores. En particular, se muestra el vector suma (color rojo) de los vectores \vec{u} y \vec{v} , con cada vector con sus correspondientes coordenadas cartesianas sobre el gráfico.

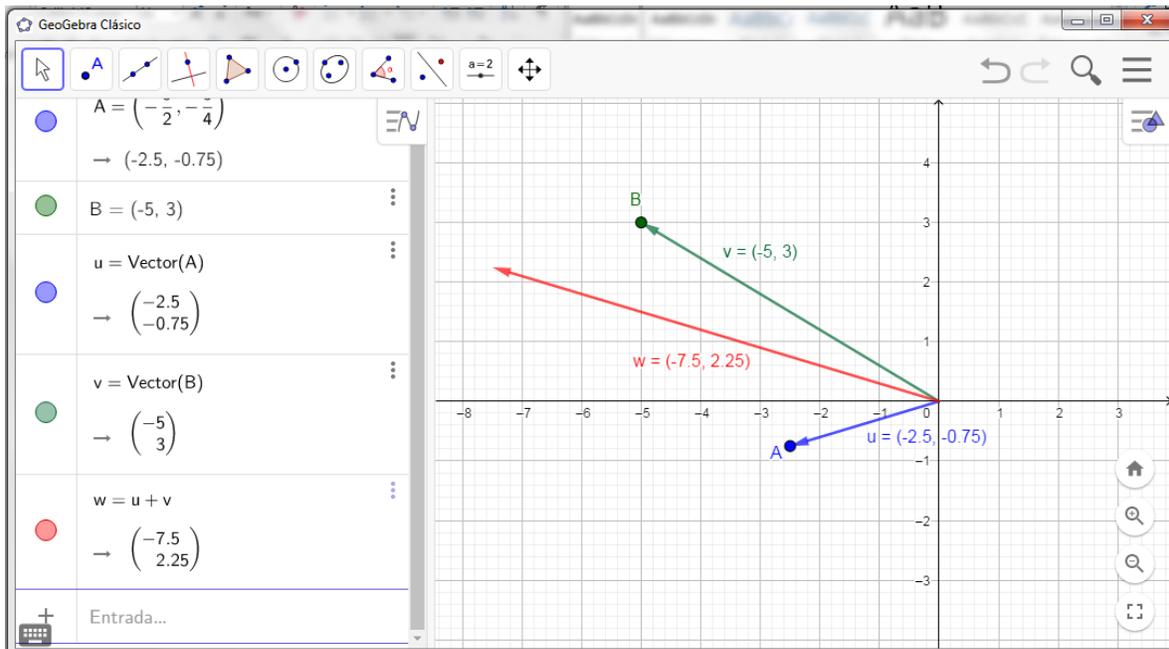


Figura 40. Representación de dos vectores \vec{u} y \vec{v} , y su suma \vec{w} .
Elaboración propia.

Continuando con los mismos dos vectores anteriores, se pueden transformar a coordenadas polares, con lo cual se consigue indicar la magnitud y dirección de los vectores indicados y de la suma de ellos, esto se muestra en la figura 41. La dirección, medida en grados, está respecto al eje positivo x.

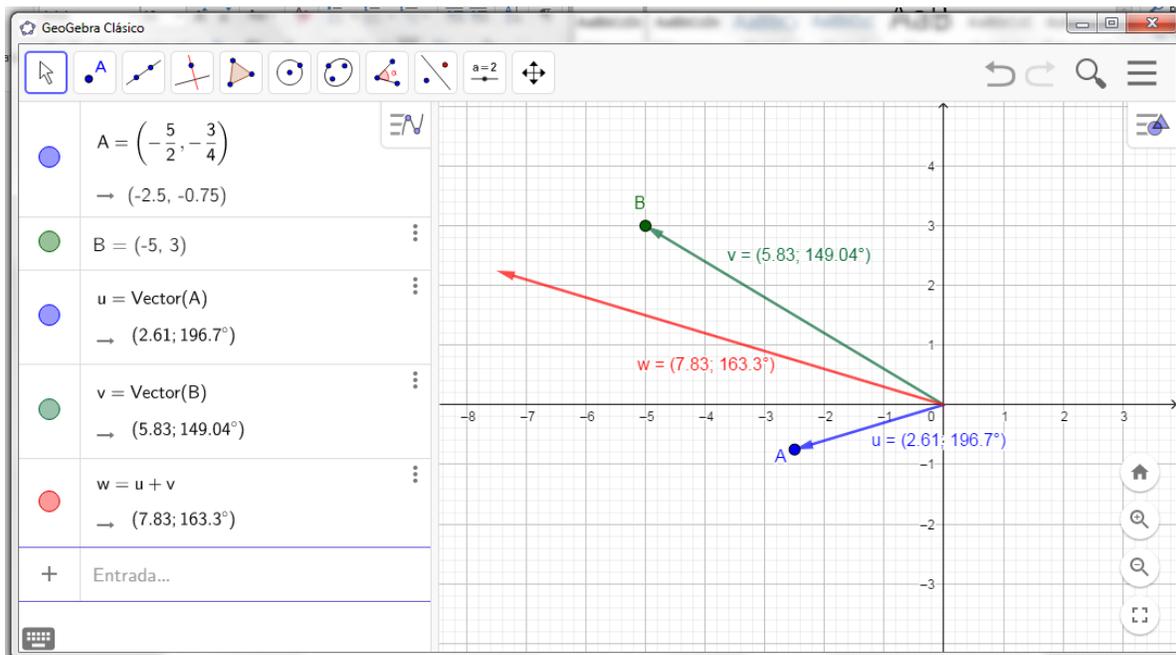


Figura 41. Representación de dos vectores y su suma, indicando su magnitud y dirección en grados.

Elaboración proipa.

Además, posicionándose en el punto A y moverlo sobre el plano, la magnitud de él y su dirección cambian automáticamente; también cambia automáticamente la magnitud de la suma y su dirección. Con lo cual se demuestra que, si uno de los vectores cambia de magnitud y dirección, también lo hace el vector suma.

b) Si se desea calcular el ángulo que forman los dos vectores, simplemente se escribe $\text{Angulo}(u, v)$ o $\text{Angulo}(v, u)$. Esto se visualiza en la figura 42, donde el ángulo calculado con la primera expresión es α en color verde, y el ángulo calculado con la segunda expresión es β en color azul. Cuando se usa la primera opción, el ángulo calculado es el mayor y si se calcula con la segunda expresión, el ángulo es el menor. Esto mismo es hecho por el estudiante utilizando el producto escalar de dos vectores, este cálculo a mano alzada se muestra en la figura 43.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \left(-\frac{5}{2}\hat{i} - \frac{3}{4}\hat{j}\right) \cdot (-5\hat{i} + 2\hat{j})$$

$$= 10.25$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2} = 2.61$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(-5)^2 + 2^2} = 5.83$$

$$10.25 = 2.61 \times 5.83 \cos \alpha$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{10.25}{15.21}\right) \approx 47.65^\circ$$

Figura 42. Cálculo del ángulo entre dos vectores.
Elaboración propia

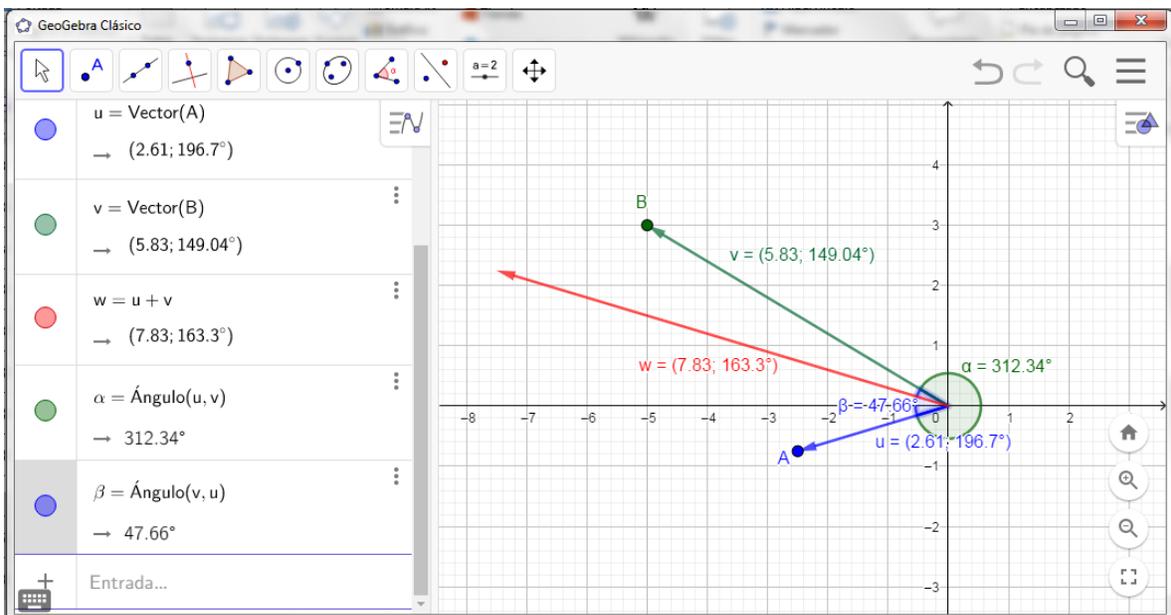


Figura 43. Ángulo entre dos vectores, utilizando Geogebra.
Elaboración propia.

Comparando las dos maneras de calcular el ángulo entre dos vectores, se puede advertir que al hacerlo a mano alzada el estudiante debe recordar una serie de fórmulas, las cuales debe recordar al enfrentarse a una prueba, perdiéndose lo que realmente está detrás de esto, que es visualizar lo que sucede cuando sumamos dos vectores, que sucede con ellos si cambiamos sus coordenadas, etc. Es decir, se pierde el sentido de lo que se está haciendo con tales operaciones formulistas.

Actividades unidad de aprendizaje N°4

En esta unidad se estudian los números complejos, desde un punto de vista netamente algebraico, con un mínimo de representación gráfica. Esta representación es mucha utilidad en el caso de aplicaciones en circuitos eléctricos de corriente alterna. Nuevamente se deja de lado que el alumno pueda visualizar la evolución de la operatoria con números complejos, pues está demostrado que el aprendizaje es más efectivo si el estudiante va visualizando los resultados matemáticos obtenidos en forma dinámica.

El siguiente ejercicio corresponde a la tercera prueba de Matemática Técnica I año 2018.

Dados los números complejos $Z_1 = 4 - 4j$, $Z_2 = -2 - 3j$ y $Z_3 = 3 + 2j$, determine: $Z_3(Z_1 - Z_2)$ y grafique el resultado.

La operatoria que tiene que hacer el alumno a mano alzada, se ilustra en la figura 44, donde se parecía la aplicación de propiedades de resta y multiplicación entre números complejos. Estas operatorias dan origen a otro número complejo, el cual es graficado en el plano complejo.

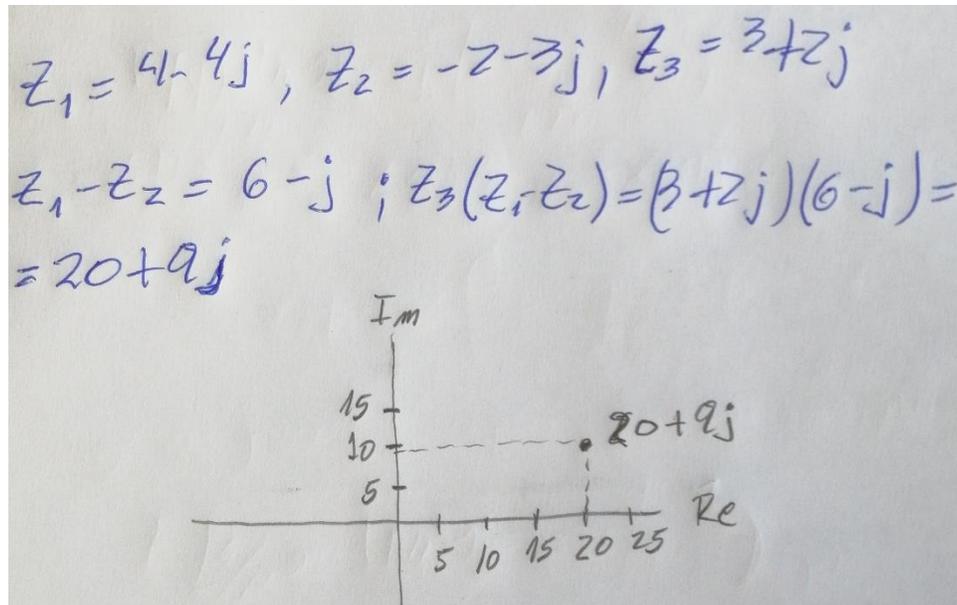


Figura 44. Cálculo de la operatoria pedida y su gráfica en el plano complejo.
Elaboración propia

La figura anterior muestra un cálculo de números complejos y la posterior gráfica del resultado, pero esto es estático y entrega una información en ese instante no pudiendo visualizar que sucede si cambiamos los números complejos intervinientes, para tener la idea de lo sucedido, pudiendo ver qué pasa con el ángulo entre ellos, cosa muy importante en análisis de circuitos eléctricos alternos.

En la figura 45, se aprecia la construcción de los vectores asociados a los números complejos, tales vectores reciben el nombre de fasores en la jerga técnica, y la operatoria llevada a cabo para obtener el complejo resultante en color rojo. En esta actividad se puede pedir el ángulo que forma alguno de los fasores con el fasor resultante (color rojo). Esto último de mucha importancia cuando se quiere averiguar, en electricidad de corriente alterna, si la corriente eléctrica adelanta o está atrasada respecto del voltaje.

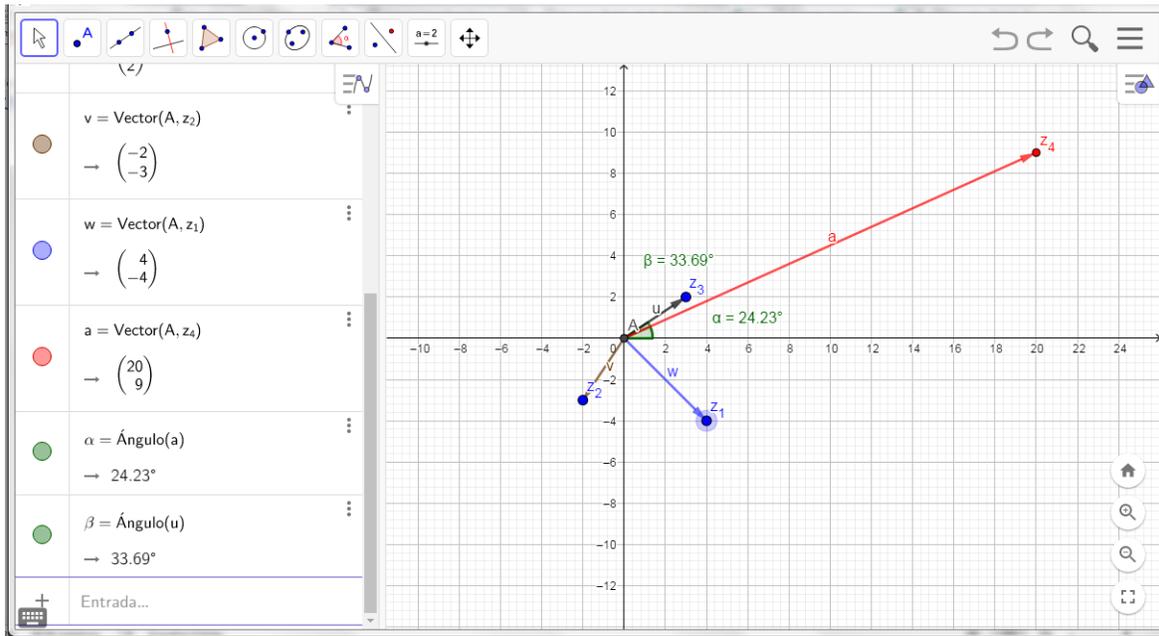


Figura 45. Representación fasorial de números complejos y ángulo entre ellos.
Elaboración propia.

En la figura anterior el alumno tiene la posibilidad de tomar uno de los fasores y moverlo a través del plano complejo e ir viendo inmediatamente el comportamiento del fasor resultante, en cuanto a su magnitud y dirección, así como también el ángulo que va formando con los otros fasores.

Actividades unidad de aprendizaje N°5

En esta unidad se considerará la línea recta, pues es este elemento geométrico que mayor aplicabilidad tiene en las asignaturas posteriores de las carreras técnicas de la Escuela de Operaciones. Por ejemplo, en física se estudia la fuerza producida por un resorte a medida que se deforma, esta fuerza es linealmente dependiente de la deformación; otra aplicación de la recta es la ley de OHM, la cual establece que el voltaje aplicado a un dispositivo es linealmente dependiente de la corriente aplicada, entre otras aplicaciones.

El siguiente ejercicio fue tomado de la quinta prueba de Matemática Técnica I, la cual se refiere a la línea recta.

1. Dados los puntos $A = (1, -4)$ y $B = (2, -3)$, determine la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos, identificando claramente la pendiente y el intercepto con los eje coordenados.

A continuación, tal como muestra la figura 46, se aprecia la resolución a mano alzada por parte del alumno del ejercicio propuesto. En ella se ve la aplicación de una fórmula que permite encontrar la ecuación de una recta que pasa por dos puntos, además al expresar la ecuación en forma explícita $y = x - 6$, de ella obtiene la pendiente que es 1, el número que multiplica a x ; también obtiene el intercepto con el eje y , el cual es -6 y finalmente obtiene el intercepto con el eje x , el cual es 6 o bien es el valor de x que hace cero a y .

$$y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x - x_0), \quad x_0 = 1, \quad y_0 = -4, \quad x_1 = 2, \quad y_1 = -3$$
$$y + 4 = \frac{-3 + 4}{2 - 1} (x - 1)$$
$$y + 4 = x - 1$$
$$y = x - 5$$

PENDIENTE 1
INTERCEPTO CON EJE X ES 5
INTERCEPTO CON EJE Y ES -5

Figura 46. Ecuación que pasa por dos puntos, su pendiente e interceptos con los ejes coordenados
Elaboración propia.

Analizando los resultados obtenidos por el estudiante, solo permite obtener números sin un trasfondo que va más allá de un mero cálculo. Es decir que él pueda visualizar el concepto de pendiente, intercepto con los ejes. Esto se logra muy fácilmente y de una forma atractiva para el estudiante, mediante el uso del software Geogebra. En la figura 47, se muestra la construcción de la recta que pasa por dos puntos, en la cual se indica la respectiva pendiente y los interceptos con los ejes coordenados.

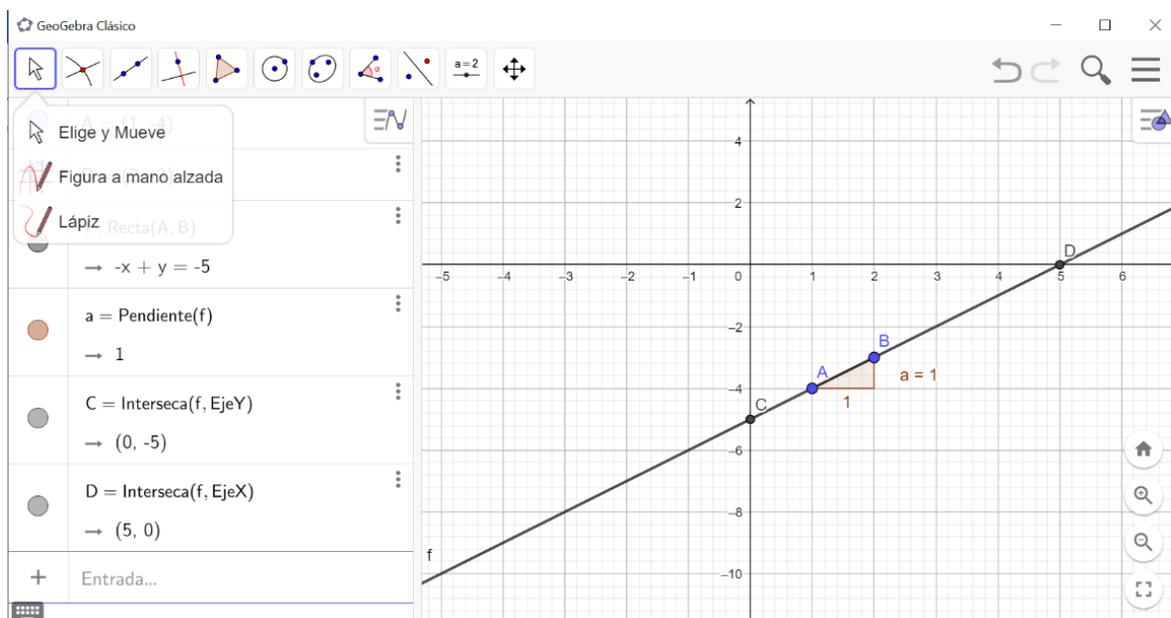


Figura 47. Ecuación de la línea recta que pasa por dos puntos A y B, indicándose la pendiente $a=1$ y los interceptos C y D, con los ejes
Elaboración propia.

Esta actividad se puede enriquecer aún más agregado un deslizador “m”, en la ecuación implícita de la recta, que representa la pendiente de la recta, la cual se va variando y automáticamente la recta cambia de inclinación, lo que indica que la pendiente de la recta es la inclinación que adquiere, lo cual es advertido visualmente esto se muestra en la figura 48.

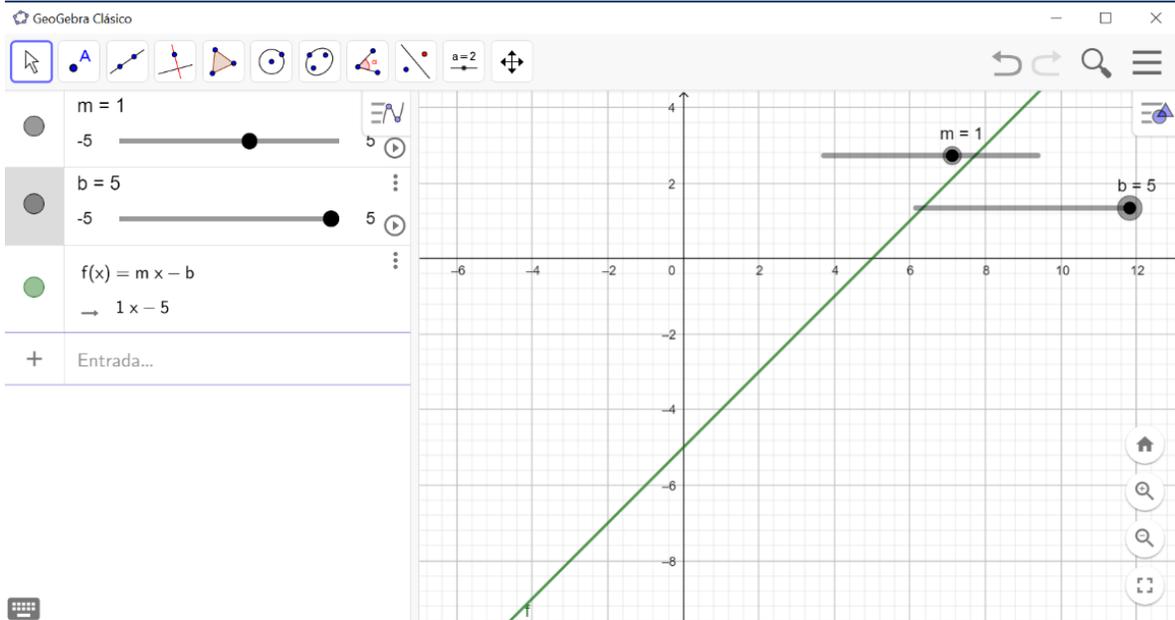


Figura 48. Ecuación de la recta con pendiente m variable, e intercepto b con eje y variable.
Elaboración propia.

En la figura 48, el deslizador m hace que la recta se incline positivamente o negativamente respecto del eje x , esto se visualiza dinámicamente al animar el deslizador, pudiendo el estudiante ver la transición entre una recta con pendiente positiva a otra con pendiente negativa. También, animando el deslizador b , se puede visualizar que las rectas obtenidas se desplazan paralelas una respecto a la otra. Con los cual se adquiere en forma visual el concepto de pendiente e intercepto con los ejes.

Todas las actividades desarrolladas, archivos de instalación de los softwares analizados y documentos de apoyo, se incorporan en una carpeta de nombre **complementos**. Por el peso de esta carpeta que está en el orden de 700 Mb, se adjuntará pendrive al escrito de esta tesis.

Integración de la tecnología en el aula

Los profesores de la Academia Politécnica Naval son periódicamente evaluados mediante una pauta de observación de clases, en la cual se hace mención a las metodologías y recursos tecnológicos utilizados por los docentes.

Estas pautas son analizadas por los asesores pedagógicos de la Academia Politécnica Naval, para posteriormente emitir un informe respecto de las prácticas docentes observadas.

Los resultados de estos informes, considerando a los profesores que imparten clases de Matemática Técnica I en la Escuela de Operaciones, no son alentadores en cuanto a las metodologías y herramientas tecnológicas utilizadas, ya que se evidencia una escasa, y en ciertos casos una inexistente utilización de tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje entregado a los estudiantes. Esta situación se ve agravada por la deficiente infraestructura informática en la APN, la cual está focalizada a los procesos administrativos, dejando en desmedro los pedagógicos. Los profesores que usan tecnología, solo se limitan a producir documentos, guías de ejercicios y presentaciones PowerPoint, lo que no es suficiente para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de una forma significativa.

Lo anterior indica que los profesores de matemáticas están en un nivel básico de uso de la tecnología o nivel de incorporación, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se encuentran dentro del primer nivel de Puentedura. Es decir, los profesores solo se limitan a usar la tecnología para cambiar la forma de presentar los contenidos de la asignatura en el aula, sin crear nuevas estrategias metodológicas que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes.

Lo ideal es que los profesores alcancen un nivel de integración, es decir sean capaces de crear y transformar contenidos asistidos con la tecnología; adquirir la capacidad de asesorar para modificar aspectos del currículo, que lleven al estudiante a relacionar sus estilos de aprendizaje con las herramientas tecnológicas a su alcance.

Para superar el primer nivel y alcanzar el nivel de integración se desarrolla la siguiente propuesta en tres etapas.

Primera etapa: habilitación de las salas de clases

Como se señaló en párrafos anteriores, una de las dificultades para la incorporación de la tecnología en el aula es la falta de infraestructura informática mínima para lograr el aprendizaje de los estudiantes, en particular las matemáticas. Es por esto, para que los estudiantes alcancen un desarrollo superior en su aprendizaje, es necesario que las salas de clases cuenten con equipos computacionales modernos, con alta capacidad gráfica y de procesamiento numérico, salas de clases amplias con proyectores, para que el profesor este en forma simultánea interactuando con los estudiantes para aclarar dudas. Esta etapa debe cumplir con:

- La relación estudiante-recurso tecnológico debe ser 1:1, lo cual garantiza un aprendizaje activo, en concordancia con los ritmos de aprendizaje de cada estudiante. Esto está de acuerdo lo señalado por el Banco Interamericano de Desarrollo BID (2011): al estar el estudiante interaccionando en forma continua con el computador, facilita la creación de prácticas educativas nuevas, cuyo centro es el estudiante y que propicia el desarrollo de capacidades nuevas que se requieren en el siglo actual.
- Es necesario contar con una conexión a internet de banda ancha lo suficientemente robusta para que se puedan utilizar todos los recursos educativos disponibles libres, y que no se vea interrumpida la actividad programada por la inestabilidad de la conexión o que la velocidad de transferencia de información sea lenta, lo cual es una situación que pone en riesgo el aprendizaje si es recurrente.
- Es sabido que durante una clase de matemáticas los alumnos establecen un ambiente colaborativo entre ellos y que permanentemente están consultando al profesor durante una actividad planificada. Es por esto que las salas de clases deben estar habilitadas con mobiliario que permitan su adecuación de acuerdo al requerimiento del profesor, en dicha actividad.

Segunda etapa: capacitación de los profesores de matemáticas

Anteriormente se señaló que los profesores de matemáticas están en un nivel básico de uso de tecnología en el aula, es decir tienen dificultades para insertar de manera didáctica esta herramienta en la sala de clases.

Una herramienta que puede ayudar en la selección y posterior inserción de la herramienta tecnológica adecuada, es el modelo TPACK que establece tres componentes principales: el pedagógico, el tecnológico y el disciplinar, en torno a los cuales está la integración de la tecnología. La intersección de estos tres componentes, entrega los conocimientos básicos para tal integración, esto en forma de sesiones de trabajo. Cada sesión de trabajo se caracteriza por:

- El profesor construya material de aprendizaje de algún contenido temático del programa de estudio con la mirada en el pensamiento tecnológico. En definitiva, se busca que cada actividad diseñada o producto, sea un insumo para la integración de la tecnología. El recurso tecnológico es el software de matemática dinámica, en forma específica Geogebra.
- Las horas totales involucradas en la capacitación son 80, de las cuales 48 son presenciales y 32 son de trabajo autónomo. Las 80 horas se realizarán en sesiones de 3 horas, dando un total de 16 sesiones. Tomando en cuenta que la mayoría de los profesores son contratados por horas, se ocuparían las horas complementarias semanales para realizar las actividades. La cantidad de horas asignadas fueron estimadas en base a talleres que está impartiendo la Universidad Católica de Valparaíso en nuestra academia; clase invertida, aprendizaje basado en problemas, entre otros.
- El taller es usado, ya que da la posibilidad de potenciar el aprendizaje autónomo que, aunque guiado por el capacitador, toma en cuenta los conocimientos previos y los tiempos individuales de aprender, de cada profesor asistente al taller.

Tercera etapa: tecnología en los programas de estudio

Esta etapa es un elemento angular para la implementación de la tecnología en las clases de matemáticas de la Academia Politécnica Naval, es decir crear una cultura que sea perdurable en el tiempo respecto de los beneficios de adoptar esta tecnología. Como se mencionó en párrafos anteriores, algunos profesores tratan de integrar tecnología en sus clases como una iniciativa propia, pero carente de orientación para una eficaz apropiación del aprendizaje de los estudiantes, es por eso que se requiere un acompañamiento eficaz para que se produzca un vínculo fuerte entre estas tecnologías y los programas de asignatura.

Tomando en cuenta lo desarrollado hasta este instante en el trabajo de tesis, que es aportar a mejorar la calidad de la enseñanza en la Academia Politécnica Naval, y en particular la enseñanza de la matemática, se puede plantear que el profesor que se necesita para cumplir esta enseñanza de calidad, debe poseer las capacidades mínimas que se señalan en la tabla 24.

CRITERIOS Y ESTÁNDARES PARA LA CALIDAD DE LA ENSEÑANZA

En la academia politécnica naval se creó la Unidad de Aseguramiento de la Calidad, la cual está compuesta por tres áreas, a saber:

- Análisis, desarrollo e innovación curricular.
- Apoyo al aprendizaje del estudiante.
- Desarrollo e innovación pedagógico-educativa.

Cabe destacar que la Academia Politécnica Naval también cuenta con un equipo de asesores pedagógicos por cada escuela, encargados del cumplimiento y asesoramiento de las normativas referidas al quehacer académico en el aula.

Estas áreas contribuyen de manera fundamental a la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje. El alcance, tareas y responsabilidades de cada una de las áreas y asesores están establecido en el correspondiente documento “descriptor de cargo”.

Estas áreas trabajan muy de cerca con los profesores que imparten clases en la Academia Politécnica Naval, de tal forma que los procesos educacionales, especialmente los de aula, se produzcan con la mayor calidad posible, para asegurar que el aprendizaje de los estudiantes sea significativo.

Lo señalado en los párrafos anteriores, nos lleva a definir ciertos criterios y estándares mínimos asociados que se requieren para un aseguramiento de la calidad en la enseñanza, los cuales debería poseer todo profesor para asegurar que su enseñanza sea efectiva e incentive a los alumnos durante el proceso enseñanza-aprendizaje.

En la tabla siguiente se señalan los criterios con los correspondientes estándares.

Tabla 23

Criterios y Estándares para el Aseguramiento de la Calidad en la enseñanza

CRITERIO	ESTÁNDAR
<p>1. Diseño y planificación de actividades de aprendizaje.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Esquema de la unidad temática, que detalla claramente los resultados de aprendizaje, actividades y enseñanza y aprendizaje, y evaluación. - Preparación de materiales para la unidad temática. - Para temas relevantes en la encuesta docente de los estudiantes; promedio o nota por encima de la media, por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> • Técnicas de enseñanza apropiadas son usadas por el profesor para mejorar el aprendizaje. • El profesor utiliza efectivamente tecnologías de aprendizaje para apoyar el aprendizaje. - Conocimiento profundo del área disciplinar. - Contribución disciplinaria a través de materiales de aprendizaje publicados (artículos. Libros, etc.)
<p>2. Enseñar y apoyar el aprendizaje de los estudiantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Para temas relevantes en la encuesta docente de los estudiantes; promedio o nota por encima de la media, por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> • El profesor explica conceptos/ideas por distintos caminos, tal que el estudiante pueda entender. • El profesor estimula el interés por los temas tratados. • El profesor motiva a participar en actividades en clase u online. • El profesor está disponible a solucionar dificultades en los temas tratados. • Innovación y creatividad en la enseñanza. • Calidad del aprendizaje de los estudiantes es monitoreada.
<p>3. Evaluación y retroalimentación a los estudiantes de su aprendizaje</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Para temas relevantes en la encuesta docente de los estudiantes; promedio o nota por encima de la media, en dos años consecutivos, por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> • Los métodos de evaluación fueron claramente establecidos. • Los contenidos de la evaluación estaban estrechamente vinculados con los objetivos de las unidades temáticas. • El estudiante recibe retroalimentación constructiva que sirve para su aprendizaje.

	<ul style="list-style-type: none"> - Innovación en evaluación de unidades temáticas. - Compromiso efectivo y demostración de conocimiento apropiado de prácticas de evaluación efectivas. - Coordinación exitosa, apoyo, supervisión y administración de evaluación, normas y retroalimentación a los estudiantes.
<p>4. Desarrollo de ambientes de aprendizaje efectivos, apoyo y guía al estudiante</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Dirige a los estudiantes para apoyo apropiado. - Demuestra respeto y pide a los estudiantes demostrar respeto por otros. - El profesor está disponible para consultas (email, online, presencial) - Iniciativa o innovación en apoyo a los estudiantes y la creación de ambientes atractivos de aprendizaje. - Demuestra entendimiento y práctica efectiva en currículo y enseñanza.
<p>5. Integración de becas estudiantiles, investigación y actividades profesionales con la enseñanza y en apoyo al aprendizaje de los estudiantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión por pares de materiales de enseñanza y currículo que demuestran la relación con el nexo enseñanza-investigación. - Postulación a fondos concursables en el área de la enseñanza y aprendizaje, individual o en equipo. - Contribución, coautoría o autoría de publicaciones, presentaciones o talleres sobre enseñanza y aprendizaje. -

CAPÍTULO 5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

5.1 Respecto al rendimiento académico.

El análisis efectuado al rendimiento académico obtenido por los alumnos entre los años de investigación (2013 – 2018) en la asignatura de matemática técnica I de la escuela de operaciones generaron datos interesantes que permiten responder las incógnitas de investigación de la presente tesis. Dichos datos se explicarán a continuación:

Página | 124

En la tabla 23 se indica la información de resumen referente a los resultados académicos obtenidos por los alumnos de las diferentes cohortes en cada uno de las unidades de aprendizaje agrupados por notas parciales y de acuerdo con lo indicado en la interpretación de resultado que dicta la OPI N° 310, en donde dicta los criterios desde una perspectiva cuantitativa en porcentaje, tal como; Aceptable superior al 70%, regular entre 60 y 69%, y deficiente inferior al 60%.

Tabla 24
Resultados obtenidos en las evaluaciones parciales totales de los años bajo análisis.

<i>RENDIMIENTO</i>	NOTA 1	NOTA 2	NOTA 3	NOTA 4	NOTA 5
<i>Deficiente (1,0 – 4,0)</i>	23,37%	18,31%	6,75%	18,31%	14,46%
<i>Regular (4,1 – 4,7)</i>	17,59%	13,01%	9,40%	12,29%	11,57%
<i>Aceptable (4,8 – 7)</i>	59,04%	68,67%	83,86%	69,40%	73,98%

Fuente elaboración propia

Nota 1:

En esta nota se logró en general entre los años evaluados, con un criterio de aprobados solo un **59,04%** de la cantidad total de alumnos, lo que se considera en el criterio cuantitativo dictado como un rendimiento “DEFICIENTE”, es decir, que las habilidades obtenidas por los alumnos fueron alcanzados en un bajo nivel.

Nota 2:

En esta nota se logró entre los años evaluados, con un criterio de aprobados un **68,67%** considerado en el criterio cuantitativo dictado como un rendimiento “REGULAR”, es decir, que las habilidades obtenidas por los alumnos fueron alcanzados en un mejor nivel que la nota 1, pero no logran una gran diferencia.

Nota 3:

En esta nota se logró en promedio general entre los años evaluados, en la categoría aprobados un **83,86%** lo que se considera en el criterio dictado como un rendimiento “ACEPTABLE”, es decir, que las habilidades obtenidas por los alumnos fueron alcanzados en un gran nivel y mejor porcentaje que los años anteriores y siguientes.

Nota 4:

En esta nota se logró en promedio general entre los años evaluados, aprobados un **69,40%** lo que se considera en el criterio dictado como un rendimiento “REGULAR”, es decir, que las habilidades obtenidas por los alumnos vuelven a un bajo nivel.

Nota 5:

En esta nota se logró en promedio general entre los años evaluados, que estarían en la categoría aprobados un **73,98%** lo que se considera en el criterio dictado como un rendimiento “ACEPTABLE”, es decir, que las habilidades obtenidas por los alumnos fueron alcanzados en un mejor nivel.

En general del rendimiento académico bajo análisis se podría concluir lo siguiente:

Los alumnos, obtuvieron la mayor adquisición de habilidades que tributan a la asignatura en la unidad de aprendizaje N° 3 con un nivel cuantitativo de “ACEPTABLE” del 83,86%, considerando la metodología de enseñanza REPRODUCTIVA empleada por los académicos en toda la asignatura, solo en esta unidad de aprendizaje se evidencia un logro satisfactorio a diferencia de las demás, lo cual siendo una asignatura primordial y base para el proceso formación académica de los especialistas de nivel superior, se hace indispensable que los contenidos adquiridos en este ciclo de formación sean suficientemente productivos, de manera que le permita al estudiante avanzar con conocimientos sólidos para evitar inconvenientes en etapas o ciclos superiores.

Visto lo anterior de los resultados por notas de cada una de las unidades de aprendizaje de la asignatura, cabe señalar que la APN, asumió un rol importante en los logros que desea obtener de los alumnos, conformando una unidad administrativa que asegure la calidad, tanto de enseñanza como de aprendizaje

5.2 Respecto al software matemático.

1. El uso de software matemático, en particular Geogebra, permitiría a los estudiantes un camino de búsqueda, interesante y visual en el aprendizaje de las matemáticas, debido a las características dinámicas del software.
2. El ambiente de trabajo que proporcionan los softwares dinámicos Geogebra, Wxmaxima, y los no dinámicos Octave y Gnuplot, harían que el estudiante participe de forma entusiasta y activa de su aprendizaje.
3. Los softwares matemáticos dinámicos proporcionan al estudiante la visualización de conceptos e ideas de forma más clara, ya que estos van

apareciendo a medida que el estudiante manipula vía variación de parámetros (deslizadores).

4. La representación gráfica y algebraica de conceptos, que proporcionan los softwares dinámicos, le permitirían al estudiante alcanzar un nivel alto en el aprendizaje de las matemáticas.
5. La enseñanza tradicional de las matemáticas involucra reglas que deben seguir los estudiantes, memorización de fórmulas, sin entender lo importante que subyace en ellas. Al contrario, el software dinámico le permitiría al estudiante no solo el entendimiento de estas reglas y cálculos con fórmulas, sino que hacer generalizaciones.
6. El uso de estos softwares dinámicos de matemáticas permite que el estudiante maneje su ritmo de trabajo, crea en él la capacidad de autoaprendizaje y la posibilidad de aprender del error, ya que no hay temor a equivocarse pues esto no involucra el uso de recursos físicos ni monetarios, como es el caso de trabajar con instrumental de medida los cuales pueden ser deteriorados, es decir el error en este ambiente de trabajo es fuente de aprendizaje.
7. Si bien el uso de estos softwares de matemáticas dinámicas favorece el aprendizaje, no se debe descuidar la guía del profesor que media entre el uso de esta herramienta y los procesos que hay detrás de los cálculos y representaciones que realizan los programas computacionales en forma instantánea.
8. Los softwares analizados al ser de licencia gratuita, no implicarían gastos de licencia para la institución que los adopte en la enseñanza de la matemática. También cabe destacar que estos poseen liberado el código, con lo cual se pueden intervenir para personalizarlos con la identidad de la institución correspondiente.

5.3 Proyecciones o implicancias del trabajo

Considerando que la enseñanza de la Matemática en la Academia Politécnica Naval sigue efectuándose de manera tradicional; con un alto porcentaje de clase magistral y un mínimo de uso de tecnología en aula, es necesario que los profesores del área de matemáticas incorporen las herramientas tecnológicas en el aula y experimenten el potencial que tienen los softwares dinámicos, haciendo uso de ellos en forma efectiva y sistemática. En consecuencia, los profesores deben ser capacitados en el uso de métodos efectivos de enseñanza con integración de la tecnología, que en nuestro trabajo es el software matemático libre, con énfasis en software dinámico. Esto hará posible que los profesores adquieran las competencias suficientes para enseñar con tecnología asistida con computador.

Los actuales programas de matemáticas vigentes en la Academia Politécnica Naval no consideran el uso de tecnología asistida por computador (software matemático dinámico) para la enseñanza y aprendizaje. El uso de esta tecnología debería considerarse a corto plazo como una política permanente de enseñanza, y no solo en matemáticas, sino que en todas las asignaturas que requieran el uso de tecnología asistida por computador, en definitiva, realizar una revisión del currículo, de tal forma que contemple la incorporación de la tecnología en la enseñanza, privilegiando el software libre o aplicaciones que permitan un aprendizaje efectivo para los estudiantes, y que se proyecte en su vida futura como persona y profesional. Tal revisión debe realizarse en conjunto con los profesores de las asignaturas, los jefes de cátedra, los jefes de estudio, las direcciones técnicas y los integrantes de la Unidad de Aseguramiento de la Calidad (UAC), estos últimos son los encargados de velar por el cumplimiento de las directivas y otros documentos que regulan el proceso de enseñanza-aprendizaje. También cabe señalar que esta unidad es la encargada de llevar a cabo las modificaciones al currículo, en consecuencia, es un ente muy importante en el proceso de revisión.

Lo anterior impacta directamente en el enriquecimiento y mejora del proyecto educativo de la Academia Politécnica Naval, ya que se está adoptando un modelo

de enseñanza basado en competencias, y el uso de la tecnología en el aula es una herramienta que propicia la adquisición de competencias.

El trabajo de tesis realizado incentiva a producir un espacio de reflexión acerca de nuestras prácticas docentes, especialmente en lo concerniente a materias de carácter abstracto, tal como las matemáticas y las ciencias en general, así también las ciencias aplicadas, tales como la termodinámica, mecánica de fluidos, entre otras.

Como implicancia del trabajo de tesis, surge la necesidad de generar instancias que permitan indagar de qué forma los estudiantes aprenden mejor, lo cual se traduce en desarrollar maneras de potenciar y apoyar al estudiante en esta tarea de aprender. Esto lleva a investigar más profundamente en el tipo de tecnología que permita al estudiante adquirir el aprendizaje antes, durante y después de la clase, lo cual lleva al estudiante a un estado de autonomía en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pero con el profesor como guía durante el proceso.

5.4 Recomendaciones

A continuación, se indicaran aspectos no considerados en esta tesis, los cuales permitirán complementar este estudio y así cumplir con una educación de calidad, que la academia está empeñada en alcanzar a mediano plazo, con el fin último de brindar a los estudiantes un proceso de enseñanza – aprendizaje efectivo y significativo:

1. Llevar a cabo un estudio del impacto sobre el aprendizaje de la matemática, en la Academia politécnica naval, al implementar el software de matemática, considerando un curso con enseñanza tradicional y otro con enseñanza basada en tecnología asistida por computador.

2. Implementar un curso de capacitación para profesores de la asignatura de matemáticas, de la Academia Politécnica Naval, en el uso de la tecnología asistida por computador en el aula.
3. Mejorar la infraestructura informática en las salas de clases y laboratorios de la Academia Politécnica Naval, de tal forma que cuenten con equipos que soporten el uso del software elegido para la enseñanza de la matemática, es decir que la sala de clases sea un ambiente constructivista, en donde el alumno construya su aprendizaje de forma autónoma, pero sin dejar de lado el rol del profesor como mediador o guía de tal aprendizaje.
4. Permitir el uso de dispositivos móviles, notebook u otros, por parte de los alumnos en las salas de clases y en los lugares destinados para el estudio, lo que propicia el aprendizaje autónomo y aprovechamiento del escaso tiempo disponible para el aprendizaje.

Referencias

- Abbott, J., & Ryan, T. (1999). Constructing Knowledge and Shaping Brains. *Revista Educational Leadership*.
- Abud Figueroa, M. (2005). MECSE: Conjunto de Métricas para Evaluar Software Educativo. . *UPIICSA en línea. Tecnologías, Ciencia y Cultura, 39(XIII)*, 7-10.
- Andoloro et al. (1991). Modelling in physics teaching: the role of computer simulation. *International Journal of Science Education*, 243-254.
- Antúnez, N. (2003). *La efectividad de la enseñanza constructivista de la aritmética y álgebra en el bachillerato*. Tesis de maestría.
- Badilla, E., & Chacón, A. (2004). Construccinismo: objetos para pensar, entidades. *Revista Actualidades Investigativas en Educación, 4(1)*, 1-12.
- Badilla, E., & Chacón, A. (2004). Construccinismo: Objetos para Pensar, Entidades Públicas y micromundos. *Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Educación Costarricense*.
- Bonilla, M. (2004). *Educación virtual nuevo paradigma en el proceso de enseñar y aprender*. Hato Rey: Publicaciones Puertorriqueñas, Inc.
- Bruns, A., & Humphreys, S. (2005). Wikis in Teaching and Assessment: The M/Cyclopedia Project. *In Proceedings International Wiki Symposium, 25-32, San Diego*.
- c4lpt. (2018). Retrieved from Top Tools for Learning 2018. Centre for Learning & Performance Technologies.: <https://www.toptools4learning.com/home/>
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11(2)*, 171-194.
- ChanLin et al. (2006). Factors influencing technology integration in teaching: a Taiwanese perspective. *Innovations in Education and Teaching International*, 57-68.
- Coll, C. (1996). *Constructivismo y educación escolar: ni hablamos siempre de los mismo ni lo hacemos siempre desde la misma perspectiva epistemológica*. Anuario de psicología/The UB Journal of psychology.
- Cooper, J. (2010). *Classroom teaching skills*. . Cengage Learning.
- de Camilloni, A., & et al. (1998). *Corrientes didácticas contemporáneas*. Argentina: Paidós.
- Del Petre, A., & Cruz Alvarado, V. (2018). Análisis del grado de implementación de las TIC en la práctica docente del profesorado de las especialidades técnico-profesionales de la Academia Politécnica Naval de Chile. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 59-69.
- DEPR. (2003b). *Marco Curricular Programa de Ciencias*. Puerto Rico: Instituto Nacional para el Desarrollo Curricular.

- Díaz, J., & Gómez, J. (2009). Desarrollo profesional docente ante los nuevos retos de las tecnologías de la información y la comunicación en los centros educativos. *Pixel Bit, Revista de Medios y Educación*. (34), 31-47.
- Esteve, F. (2009). Bolonia y las TIC: de la docencia 1.0 al aprendizaje 2.0. *La Cuestión Universitaria* (5), 58-67.
- Falbel, A. (1993). *Construccionismo*. San José. Costa Rica: Fundación Omar Dengo, Programa de Informática Educativa MEP-FOD.
- Fallas Monge, J., & Chavarria Molina, J. (2010). Validación de Software Educativo. *VII Festival Internacional de Matemática* (pp. 1-8). Sede San Carlos: Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Ferrari Alve, S. I. (2014). *Guía de evaluación de la usabilidad para herramientas de minería de datos*.
- Ferro, C., & et al. (2009). Ventajas del uso de las tics en el proceso de enseñanza-aprendizaje desde la óptica de los docentes universitarios españoles. *EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (29)., 1-12.
- Floría Cortés, A. (2001). *Manual de Técnicas para el Diseño Participativo de Interfaces de Usuario de Sistemas basados en Software y Hardware*. Zaragoza, España.
- Gregorio, J. (2002). El constructivismo y las matemáticas. *Sigma: revista de matemáticas*. ISSN 1131-7787 (21), 113-129.
- Hackworth, S. (2010). *Developing a constructivist learning environment in online postsecondary science courses*. Walden University: ProQuest Dissertations Publishing.
- Hernández et al. (2010). *METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN (5a.ed.)*. Perú.: McGRAW-HILL.
- Kilgour, P., & et al. (2015). Role-playing as a tool to facilitate learning, self-reflection and social awareness in teacher education. *International Journal of Innovative Interdisciplinary Research*, 2 (4), 8-20.
- Maíllo, A. (2001). *Enciclopedia de didáctica aplicada*. Barcelona, España.: Labor.
- Marquès Graells, P. (2002). Evaluación y selección de software educativo. *Comunicación y pedagogía: Nuevas tecnologías y recursos didácticos*, 185, 31-37.
- Marqués, P. (2001). Algunas notas sobre el impacto de las TIC en la universidad. *Educar*. (28), 83-98.
- Martín, A., & de Arriba, J. M., J. (2017). Concepciones de los docentes no universitarios sobre el aprendizaje colaborativo con TIC. *Educación XX1*, 20(1).
- Martinand, J.-L. (1992). *Enseignements et apprentissage de la modélisation en sciences*. ENS Éditions.
- McNelly, B. (2005). *Using technology as a learning tool, not just the cool new thing. Education the Net Generation. Chapter 4*. EDUCAUSE Publications.

- Mishra, P., & Koehler, M. (2008). Introducing technological pedagogical content knowledge. *In annual meeting of the American Educational Research Association*, 1-16.
- Moreira, M. (2002). *Investigación en Educación en Ciencias: Métodos Cualitativos*. Burgos, España: Universidad de Burgos, Departamento de Didácticas Específicas.
- Moursund, D. (1999). *Project-based learning using information technology*. Eugene, OR: International society for technology in education.
- OECD. (2004). *The OECD principles of corporate governance*. Contaduría y Administración, (216).
- Pérez, P. (2004). Revisión de las teorías del aprendizaje más sobresalientes del siglo XX. *Tiempo de Educar*, 5(10), 39-76.
- Petras, C. (2010). *A descriptive study of science and mathematics teachers pedagogy, ICT use and perceptions of how ICT impacts their teaching*. Pepperdine University: ProQuest Dissertations Publishing.
- Pitti, K., Curto, B., & Moreno, V. (2010). Experiencias constructivistas con robótica educativa en el Centro Internacional de Tecnologías Avanzadas. *Revista TESI*, 11(3), 310-329.
- Puentedura, R. (2006). *Transformation, technology, and education*. . Maine, US: Presentation given August 18, 2006 as part of the Strengthening Your District Through Technology workshops.
- Rada Cardenas, D. (2009). *Instrumento para el análisis y evaluación de los Software Multimedia Educativos*. Boletín Red Educativa Mundial , 1-9.
- Romero, R., & Casado, E. (2011). Enseñanza práctica en 3D: juicio virtual. *@ tic. revista d'innovació educativa*, (6), 46-54.
- Rosenberg, M., & Foshay, R. (2002). E-learning: Strategies for delivering knowledge in the digital age. *Performance Improvement*, 41(5), 50-51.
- Sahin, S. (2006). Computer simulations in science education: Implications for Distance Education. *Turkish Online Journal of Distance Education*, 7(4), 132-145.
- Serrano, J., & Pons, R. (2011). El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1), 1-27.
- Vasquez-Mata, G., & Guillamet-Lloveras, A. (2009). El entrenamiento basado en la simulación como innovación imprescindible en la formación médica. *Educación Médica Vol.12 No.3*.
- Yarto, C. (2001). Las nuevas tecnologías y su impacto en el desarrollo de habilidades de los niños. *Revista Hiper-Textos*, (3).

ANEXOS

Anexo A. Nota 1 Año 2013 - 2018

AÑO 2013		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	10	21,7	21,7	21,7
	4,1-4,7	10	21,7	21,7	43,5
	4,8-7	26	56,5	56,5	100,0
	Total	46	100,0	100,0	
AÑO 2014		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	15	24,2	24,2	24,2
	4,1-4,7	7	11,3	11,3	35,5
	4,8-7	40	64,5	64,5	100,0
	Total	62	100,0	100,0	
AÑO 2015		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	27	44,3	44,3	44,3
	4,1-4,7	13	21,3	21,3	65,6
	4,8-7	21	34,4	34,4	100,0
	Total	61	100,0	100,0	
AÑO 2016		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	15	15,6	15,6	15,6
	4,1-4,7	17	17,7	17,7	33,3
	4,8-7	64	66,7	66,7	100,0
	Total	96	100,0	100,0	
AÑO 2017		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	8	12,3	12,3	12,3
	4,1-4,7	7	10,8	10,8	23,1
	4,8-7	50	76,9	76,9	100,0
	Total	65	100,0	100,0	
AÑO 2018		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	22	25,9	25,9	25,9
	4,1-4,7	19	22,4	22,4	48,2
	4,8-7	44	51,8	51,8	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Anexo B. Nota 2 Año 2013 - 2018

AÑO 2013		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	15	32,6	32,6	32,6
	4,1-4,7	10	21,7	21,7	54,3
	4,8-7	21	45,7	45,7	100,0
	Total	46	100,0	100,0	
AÑO 2014		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	9	14,5	14,5	14,5
	4,1-4,7	10	16,1	16,1	30,6
	4,8-7	43	69,4	69,4	100,0
	Total	62	100,0	100,0	
AÑO 2015		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	12	19,7	19,7	19,7
	4,1-4,7	5	8,2	8,2	27,9
	4,8-7	44	72,1	72,1	100,0
	Total	61	100,0	100,0	
AÑO 2016		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	12	12,5	12,5	12,5
	4,1-4,7	13	13,5	13,5	26,0
	4,8-7	71	74,0	74,0	100,0
	Total	96	100,0	100,0	
AÑO 2017		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	10	15,4	15,4	15,4
	4,1-4,7	12	18,5	18,5	33,8
	4,8-7	43	66,2	66,2	100,0
	Total	65	100,0	100,0	
AÑO 2018		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	18	21,2	21,2	21,2
	4,1-4,7	4	4,7	4,7	25,9
	4,8-7	63	74,1	74,1	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Anexo C. Nota 3 Año 2013 - 2018

AÑO 2013		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	2	4,3	4,3	4,3
	4,1-4,7	1	2,2	2,2	6,5
	4,8-7	43	93,5	93,5	100,0
	Total	46	100,0	100,0	
AÑO 2014		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	4,1-4,7	3	4,8	4,8	4,8
	4,8-7	59	95,2	95,2	100,0
	Total	62	100,0	100,0	
AÑO 2015		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	5	8,2	8,2	8,2
	4,1-4,7	6	9,8	9,8	18,0
	4,8-7	50	82,0	82,0	100,0
	Total	61	100,0	100,0	
AÑO 2016		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	2	2,1	2,1	2,1
	4,1-4,7	11	11,5	11,5	13,5
	4,8-7	83	86,5	86,5	100,0
	Total	96	100,0	100,0	
AÑO 2017		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	7	10,8	10,8	10,8
	4,1-4,7	4	6,2	6,2	16,9
	4,8-7	54	83,1	83,1	100,0
	Total	65	100,0	100,0	
AÑO 2018		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	12	14,1	14,1	14,1
	4,1-4,7	14	16,5	16,5	30,6
	4,8-7	59	69,4	69,4	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Anexo D. Nota 4 Año 2013 - 2018

AÑO 2013		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	6	13,0	13,0	13,0
	4,1-4,7	4	8,7	8,7	21,7
	4,8-7	36	78,3	78,3	100,0
	Total	46	100,0	100,0	
AÑO 2014		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	1	1,6	1,6	1,6
	4,1-4,7	12	19,4	19,4	21,0
	4,8-7	49	79,0	79,0	100,0
	Total	62	100,0	100,0	
AÑO 2015		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	16	26,2	26,2	26,2
	4,1-4,7	6	9,8	9,8	36,1
	4,8-7	39	63,9	63,9	100,0
	Total	61	100,0	100,0	
AÑO 2016		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	23	24,0	24,0	24,0
	4,1-4,7	13	13,5	13,5	37,5
	4,8-7	60	62,5	62,5	100,0
	Total	96	100,0	100,0	
AÑO 2017		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	19	29,2	29,2	29,2
	4,1-4,7	7	10,8	10,8	40,0
	4,8-7	39	60,0	60,0	100,0
	Total	65	100,0	100,0	
AÑO 2018		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	11	12,9	12,9	12,9
	4,1-4,7	9	10,6	10,6	23,5
	4,8-7	65	76,5	76,5	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Anexo E. Nota 5 Año 2013 - 2018

AÑO 2013		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	3	6,5	6,5	6,5
	4,1-4,7	9	19,6	19,6	26,1
	4,8-7	34	73,9	73,9	100,0
	Total	46	100,0	100,0	
AÑO 2014		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	2	3,2	3,2	3,2
	4,1-4,7	9	14,5	14,5	17,7
	4,8-7	51	82,3	82,3	100,0
	Total	62	100,0	100,0	
AÑO 2015		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	6	9,8	9,8	9,8
	4,1-4,7	8	13,1	13,1	23,0
	4,8-7	47	77,0	77,0	100,0
	Total	61	100,0	100,0	
AÑO 2016		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	13	13,5	13,5	13,5
	4,1-4,7	10	10,4	10,4	24,0
	4,8-7	73	76,0	76,0	100,0
	Total	96	100,0	100,0	
AÑO 2017		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	11	16,9	16,9	16,9
	4,1-4,7	6	9,2	9,2	26,2
	4,8-7	48	73,8	73,8	100,0
	Total	65	100,0	100,0	
AÑO 2018		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1-4	25	29,4	29,4	29,4
	4,1-4,7	6	7,1	7,1	36,5
	4,8-7	54	63,5	63,5	100,0
	Total	85	100,0	100,0	